

---

# ELEMENTI DI ANALISI EXERGETICA

Note per l'insegnamento di Energetica e Termodinamica Applicata  
(a cura del Prof. Luca A. Tagliafico – marzo 2020)

---

## Sommario

Premessa .....	2
1. Introduzione .....	2
2. Il sistema esterno di riferimento .....	4
3. Exergia termomeccanica di un sistema chiuso .....	5
Esempio 1 Motore a combustione interna .....	6
Esempio 2 acqua in condensazione .....	8
4. Bilancio exergetico di un sistema chiuso .....	8
Esempio 3 Massimo rendimento di un ciclo motore .....	10
5. Caratteristiche dell'exergia termomeccanica di un sistema chiuso .....	10
6. Exergia di corrente .....	11
7. Bilancio exergetico di un volume di controllo .....	13
Esempio 4 Espansione in turbina .....	14
8. Efficienza di secondo principio .....	17
8.1 Sorgenti termiche ed usi finali .....	17
8.2. Efficienze exergetiche di componenti di impianto .....	19
a) Espansore .....	19
b) Compressore .....	20
Esempio 5 .....	21
c) Scambiatore di calore .....	22
Esempio 6 – generatore di vapore .....	22
Valvola di laminazione .....	23
Esempio 7 – laminazione di vapore surriscaldato .....	23
8.3. Efficienza exergetica di un ciclo motore semplice .....	24
Esempio 8 .....	26
8.4. Efficienza exergetica di un ciclo inverso semplice .....	26
Esempio 9 – Ciclo frigorifero semplice a compressine di vapore .....	28
Esempio 10 Ciclo inverso a pompa di calore .....	29
8.5. Efficienza exergetica di un ciclo motore a vapore .....	29
Esempio 11 .....	32

## Premessa

Viene introdotto un metodo di analisi dei processi termodinamici che, attraverso una combinazione del primo e del secondo principio della Termodinamica, consente di effettuare una comparazione tra le diverse forme di energia e di individuare le condizioni di più efficiente utilizzo delle sorgenti energetiche, anche in funzione delle temperature di esercizio.

Il metodo è duale rispetto ai criteri di ottimizzazione basati su EGM (Entropy Generation Minimization), ma ha avuto larga diffusione grazie alle sue forti analogie con i principi di conservazione dell'energia.

L'anello di congiunzione tra i due metodi di analisi è offerto dal ben noto teorema di Guy-Stodola, che correla la produzione di entropia  $\delta S_{gen}$  di un processo (indicata spesso con  $\delta S_s$  con riferimento alle sorgenti di irreversibilità del processo stesso) al "lavoro perduto"  $\delta L_{LOST}$  a causa delle irreversibilità presenti nel processo attraverso il coefficiente  $T_0$  (temperatura ambiente di riferimento):

$$\delta L_{LOST} = T_0 \cdot \delta S_s$$

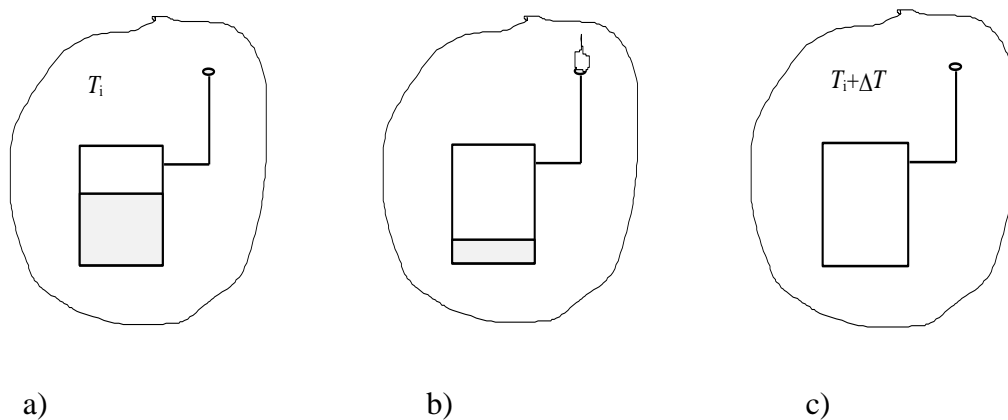
Le presenti note sono basate sul testo originariamente predisposto, per gli allievi del corso di Fisica Tecnica 2, dal Prof. Giovanni Guglielmini, che ringrazio per avermelo gentilmente messo a disposizione.

## 1. Introduzione

In ogni processo e per ogni sistema isolato l'energia si conserva e non può essere distrutta. Il concetto di conservazione dell'energia non appare tuttavia generalmente adeguato per descrivere alcuni importanti aspetti della termodinamica relativi al razionale utilizzo dell'energia ed ai processi di conversione energetica.

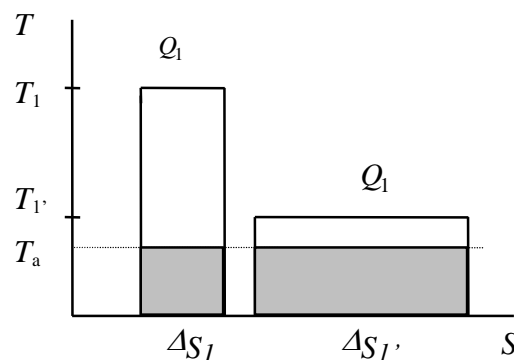
a) Si consideri un sistema isolato costituito da un piccolo serbatoio contenente del combustibile ed aria in abbondanza. Supponiamo che il combustibile possa bruciare completamente: a fine processo il sistema si è trasformato anche nella sua composizione chimica ottenendosi una miscela di gas a temperatura  $(T_i + \Delta T)$  più elevata rispetto a quella iniziale  $(T_i)$ .

Sebbene la totale energia del sistema sia rimasta invariata, la condizione iniziale di combustibile + aria è potenzialmente più idonea della condizione finale a fornire lavoro meccanico mediante un opportuno processo. Nel primo caso è possibile, per esempio, produrre vapore saturo o surriscaldato ed ottenere lavoro dalla sua espansione. Il sistema a) dunque ha un più elevato "potenziale" del sistema finale c): durante il processo "qualcosa" si è distrutto (ovvero c'è stato un forte aumento di entropia non corrispondente ad altrettanti scambi energetici di calore con l'esterno).



**Figura 1.** Schema per introdurre il concetto di exergia: a parità di contenuto energetico, la condizione a) consente maggiori possibilità di convertire l'energia del sistema in lavoro meccanico.

b) L'analisi termodinamica dei processi di conversione energetica ha dimostrato che data una sorgente termica a  $T_1$  da cui si possa estrarre il calore  $\delta Q_1$ , operando con un ciclo di Carnot si può ottenere del lavoro meccanico, ma la frazione  $\frac{T_2}{T_1}$  dell'energia disponibile non è convertibile. In generale, stabilito che la temperatura minima della sorgente inferiore del ciclo, termodinamicamente conveniente, è la temperatura ambiente  $T_a$ , date due quantità di calore della stessa entità, ma a temperature diverse, la possibilità di ottenere da esse lavoro meccanico dipende dalla temperatura a cui sono disponibili essendo l'energia utilizzabile massima pari a  $\delta Q_1 (1 - \frac{T_a}{T_1})$ .



**Figura 2.** La frazione di energia termica convertibile in lavoro meccanico dipende dalla temperatura a cui essa è resa disponibile (oltre che da  $T_a$ ).

c) Due gas alla stessa temperatura ma a pressione diversa, hanno uguale energia interna (ricordo che per un gas perfetto  $du=c_vdT$ ) e quindi pari contenuto energetico. Le possibilità di ottenere lavoro meccanico sono tuttavia diverse (sono maggiori per le pressioni più elevate).

Gli esempi riportati mettono in evidenza come il solo contenuto energetico di un sistema non sia sufficiente per precisare le possibilità di ottenere lavoro dal sistema stesso. Per tenere conto di questi fatti, mediante un'analisi di secondo principio, si introduce una grandezza denominata “*exergia*” o “*availability*” che meglio dell'energia può rappresentare la possibilità di ricavare lavoro meccanico da un sistema.

Alla base del concetto di *exergia* c'è il fatto che quando due sistemi con differenti stati fisici vengono posti in connessione tra loro, dal processo tendente al raggiungimento dell'equilibrio è possibile ottenere del lavoro. L'*exergia* è il lavoro massimo teorico ottenibile dalla interazione tra i due sistemi. Se uno dei due sistemi è il sistema in esame e l'altro l'ambiente esterno, opportunamente idealizzato, assunto come riferimento, l'*exergia* è il lavoro che si potrebbe ottenere quando il sistema in esame fosse portato reversibilmente in uno stato di equilibrio (meccanico, termico, chimico) con l'ambiente esterno.

Sempre a fondamento del concetto di *exergia* vi sono dunque anche i concetti che il lavoro è una forma qualitativamente superiore di energia (rispetto al calore) e che l'efficienza termodinamica ottimale corrisponde ad un processo reversibile. Si tenga presente che efficienza ottimale non vuol dire sempre massimo effetto utile: l'utilità di un processo dipende anche dal tempo impiegato a svilupparlo, e quindi dalle irreversibilità di scambio (meccanico, termico, di massa) sistema-esterno.

## 2. Il sistema esterno di riferimento

L'esterno di riferimento è essenzialmente un sistema che rimane in un definito stato di equilibrio termodinamico nonostante energia e massa possano fluire verso di esso. Data la complessità del mondo fisico, è alquanto complicato valutare correttamente ogni tipo di equilibrio: nella definizione del sistema di riferimento si utilizzano allora modelli semplificati che considerano una limitata categoria di fenomeni (termici, meccanici, chimici, ...) per i quali definire la condizione di equilibrio è operativamente più semplice.

Un esempio semplice di ambiente esterno di riferimento è dato dall'aria atmosferica, poiché la sua temperatura e la sua pressione risultano praticamente costanti, anche se riceve significativi apporti di calore e lavoro. Così è anche per l'oceano, l'acqua di un lago, la crosta terrestre ecc. L'esterno di riferimento è per definizione quell'ambiente per il quale possono variare le grandezze estensive ( $U, S, V, \dots$ ), ma non quelle intensive ( $T_0$  e  $p_0$  e le altre grandezze specifiche).

Se lo stato di un definito sistema termodinamico si discosta da quello dell'ambiente esterno di riferimento, dall'interazione tra essi è possibile ottenere del lavoro; tale possibilità svanisce quando lo stato del sistema considerato si modifica fino a raggiungere la condizione di equilibrio con l'ambiente in quiete. In tale condizione lo stato del sistema in esame viene detto “stato morto” ed il sistema è in equilibrio con l'esterno di riferimento. Raggiunto l'equilibrio a  $T_0$  e  $p_0$ , con velocità e quota nulle, non vi è più alcuna possibilità di interazione spontanea e pertanto l'*exergia* del sistema in esame è nulla.

All'ambiente di riferimento si attribuiscono le seguenti caratteristiche: è dimensionalmente grande e omogeneo nei valori di temperatura e pressione, ogni sua parte è ferma rispetto alle rimanenti, può liberamente scambiare energia (fornire o ricevere) senza che varino le sue proprietà intensive, scambia calore sempre a  $T_0$ , può subire soltanto processi internamente reversibili. Le variazioni delle sue proprietà estensive sono date dall'equazione:

$$\Delta U_e = T_0 \Delta S_e - p_0 \Delta V_e \quad (1)$$

in cui con il pedice  $e$  sono indicate l'energia interna, l'entropia ed il volume dell'esterno e con  $T_0$  e  $p_0$  la sua temperatura e la sua pressione. Spesso si pone  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  e  $p_0 = 1\text{ atm}$ .

Una definizione più restrittiva dello “stato morto” riguarda il raggiungimento dei soli equilibri termico e meccanico con l’ambiente esterno di riferimento, come se il sistema in esame fosse racchiuso in un involucro estensibile che tuttavia impedisce interazioni di tipo chimico. In queste condizioni l’exergia è di tipo *termomeccanico*.

### 3. Exergia termomeccanica di un sistema chiuso

Si consideri il sistema chiuso indicato in Fig. 3 ed interagente con esso l’ambiente di riferimento a  $T_0$  e  $p_0$ . L’exergia è il massimo lavoro teorico che potrebbe essere fatto dal sistema combinato, costituito dal sistema in esame e dall’ambiente, se lo stesso sistema chiuso si portasse dallo stato attuale allo “stato morto”, in equilibrio con l’ambiente a  $T_0$  e  $p_0$ .

Poiché si vuole valutare il massimo lavoro ottenibile dal sistema combinato il confine di quest’ultimo è supposto adiabatico, così che attraverso di esso il solo scambio energetico possibile è rappresentato dal lavoro. Ciò ci assicura che il lavoro ottenuto non dipende da scambi termici attraverso il contorno, né proviene dal contenuto energetico complessivo. Si assume inoltre che il volume totale del sistema combinato rimanga costante pur potendo variare il volume del sistema chiuso considerato.

Il lavoro ottenibile è pertanto disponibile integralmente (per esempio per sollevare un peso) e non è speso per puro spostamento a  $p_0$  del confine con l’esterno di riferimento.

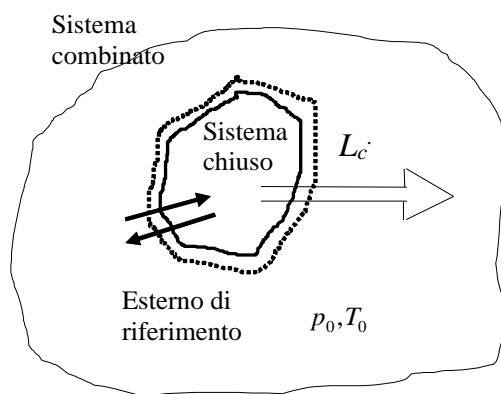


Figura 3. Sistema combinato: sistema chiuso in esame ed ambiente di riferimento.

Dal I principio, per il sistema combinato:

$$\Delta E_c = \delta Q_c - \delta L_c \quad (2)$$

essendo  $\Delta E_c$  la variazione del contenuto energetico del sistema combinato ed  $\delta L_c$  la quantità di lavoro da esso sviluppato e scambiato con l’esterno di riferimento.

L’energia iniziale del sistema chiuso  $E_i^*$  include le componenti cinetica, potenziale e interna. All’equilibrio il valore delle energie potenziale e cinetica sarà nullo, perché riferito all’ambiente. Resterà soltanto l’energia interna del sistema allo stato morto  $U_0$ . Si ha così:

$$\Delta E_c = (U_0 - E_i^*) + \Delta U_e \quad (3)$$

in cui  $\Delta U_e$  rappresenta la variazione di energia interna dell'ambiente di riferimento data da:

$$\Delta U_e = T_o \Delta S_e - p_o \Delta V_e$$

Sostituendo la (1) nella (3) si ha:

$$\Delta E_e = (U_o - E_i) + T_o \Delta S_e - p_o \Delta V_e$$

Dalla (2), ricordando che  $\delta Q_c = 0$ , risulta:

$$\delta L_c = -\Delta E_c = (E_i - U_o) - T_o \Delta S_e + p_o \Delta V_e$$

Poiché il volume totale  $V_e$  del sistema combinato non varia, la variazione del volume dell'esterno è uguale ed opposta a quella del sistema chiuso  $\Delta V_e = -\Delta V_c$ , si ha così:

$$\delta L_c = (E_i - U_o) - T_o \Delta S_e + p_o (V_i - V_o) \quad (4)$$

Il lavoro derivante dall'interazione del sistema chiuso con l'ambiente di riferimento sarà massimo per irreversibilità interne nulle. Dal bilancio entropico del sistema combinato si ha che la sua variazione di entropia è data dalla somma delle variazioni dei due sistemi e vale la produzione entropica del sistema chiuso  $\delta S_{gen,c}$  essendo il sistema combinato adiabatico:

$$\Delta S_c = (S_o - S_i) + \Delta S_e = \delta S_{gen,c} \quad (5)$$

Tenendo conto della (5), la (4) diventa:

$$\delta L_c = (E_i - U_o) - T_o (S_i - S_o) + p_o (V_i - V_o) - T_o \delta S_{gen,c} \quad (6)$$

Il lavoro massimo teorico ottenibile dal processo corrisponde alla condizione  $\delta S_{gen,c} = 0$ . Passando dalle grandezze totali (indicate con la maiuscola) a quelle specifiche (indicate con la minuscola) ed osservando che tutte le proprietà del sistema che compaiono nell'equazione (6) si riferiscono al sistema chiuso, l'exergia *ex* specifica di un sistema chiuso in uno stato generico in esame è pertanto:

$$ex = \delta L_{c,max} = (e - u_o) - T_o (s - s_o) + p_o (v - v_o) \quad (7)$$

In base alla (7), la variazione di exergia del sistema, in una trasformazione finita 1-2 risulta:

$$ex_2 - ex_1 = (e_2 - e_1) - T_o (s_2 - s_1) + p_o (v_2 - v_1) \quad (8)$$

#### *Esempio 1 Motore a combustione interna*

Il cilindro di un motore a combustione interna contiene 2450 cm<sup>3</sup> di prodotti gassosi della combustione ad una pressione di 7 bar ed alla temperatura di 867 °C, proprio immediatamente prima che si apra la valvola di scarico. Si determini l'exergia specifica del gas in kJ/kg.

Si ignori l'effetto del movimento e si assuma il gas prodotto dalla combustione come aria e gas perfetto. Sia infine  $T_o = 27^\circ\text{C}$  e  $p_o = 1$  bar.

----- soluzione -----

Per la (7) e con riferimento all'unità di massa di gas, si ha:

$$ex = (u - u_o) - T_o(s - s_o) + p_o(v - v_o)$$

Dalle tabelle dell'energia interna dell'aria (gas perfetto) risulta:

$$u(867^\circ\text{C}) = 880.35 \text{ kJ/kg}$$

$$u_o(27^\circ\text{C}) = 214.07 \text{ kJ/kg}$$

$$s(867^\circ\text{C}, 7 \text{ bar}) - s_o(27^\circ\text{C}, 1 \text{ bar}) = 0.8621 \text{ kJ/kg K}$$

Il termine  $p_o(v - v_o)$  è valutato mediante l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_o(v - v_o) = R_1 \left( \frac{p_o}{p} T - T_o \right)$$


Si ottiene così:

$$ex = 368.91 \text{ kJ/kg}$$

Si può notare che se il gas fosse scaricato direttamente all'ambiente, la possibilità di ottenere lavoro nella misura quantificata dal valore dell'exergia risulterebbe nulla. Facendo invece espandere il gas attraverso una turbina, può essere sviluppato del lavoro utile. Questo principio è utilizzato per esempio nei turbocompressori aggiunti in qualche caso ai motori a combustione interna.

Lo stesso risultato può essere ottenuto utilizzando programmi di calcolo delle proprietà fisiche dei fluidi quale ad esempio REFPROP<sup>1</sup>.

Equiparando i fumi al solo azoto (sostanza pura disponibile nella versione open-source miniREF) si otterrebbe:

 2: nitrogen: Specified state points

	Temperature (°C)	Pressure (bar)	Volume (m³/kg)	Int. Energy (kJ/kg)	Entropy (kJ/kg-K)
1	27,000	1,0000	0,89070	222,28	6,8462
2	867,00	7,0000	0,48449	902,59	7,7222
3					

Che può poi essere rielaborata in excel (o qualunque altro sistema di calcolo):

	T	p	v	u	s	ex		
"0"	27	1	0,8907	222,28	6,8462	0		
"?"	867	7	0,48449	902,59	7,7222	376,889	368,91	2,16%
						azoto	aria	differenza

Si noti che non sempre i valori assoluti delle proprietà calcolate hanno lo stesso valore numerico, che dipende come noto dal riferimento rispetto al quale entalpia, energia interna ed entropia vengono calcolate a partire dalla loro definizione in termini differenziali.

<sup>1</sup> REFPROP – Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties – E.W. Lemmon, M.O. McLinden, and M.L. Huber - NIST (National Institute for Standard and Technologies) Standard Database 23 - USA

### Esempio 2 acqua in condensazione

Due chilogrammi di acqua subiscono una trasformazione dallo stato di vapore saturo secco a 120 °C, allo stato di liquido saturo a 10 °C. Solo a titolo di esempio supponiamo che nella prima condizione il fluido si muove alla velocità di 30 m/s alla quota di 6 m. Nello stato finale la velocità sia di 25 m/s e la quota 3 m.

Si determini l'exergia iniziale, quella finale e la variazione. Sia infine  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  e  $p_0 = 1 \text{ bar}$ .

-----  
Per la valutazione dell'exergia si può utilizzare l'espressione:

$$ex = (u - u_o) - T_o(s - s_o) + p_o(v - v_o) + \frac{w^2}{2} + gz$$

Nella quale sono stati introdotti anche i termini di energia specifica cinetica e potenziale.

Dalle tabelle dell'acqua risulta:

- stato di riferimento:  $v_0 = 0.00129 \text{ m}^3 / \text{kg}$      $u_0 = 104.88 \text{ kJ} / \text{kg}$      $s_0 = 0.3674 \text{ kJ} / \text{kgK}$
- stato iniziale 1:                     $v_1 = 0.8919 \text{ m}^3 / \text{kg}$      $u_1 = 2529.3 \text{ kJ} / \text{kg}$      $s_1 = 7.1296 \text{ kJ} / \text{kgK}$
- stato finale 2:                     $v_2 = 0.001004 \text{ m}^3 / \text{kg}$      $u_2 = 42.0 \text{ kJ} / \text{kg}$      $s_2 = 0.151 \text{ kJ} / \text{kgK}$

Si ha pertanto:  $Ex_1 = 1000 \text{ kJ}$                      $Ex_2 = 3.9 \text{ kJ}$      $Ex_2 - Ex_1 = -996.1 \text{ kJ}$

Come si può notare l'exergia è una misura della “distanza” dallo stato di riferimento (“stato morto”) ed è sempre positiva. L'energia cinetica e potenziale contribuiscono con il loro pieno valore al calcolo dell'exergia.

## 4. Bilancio exergetico di un sistema chiuso

Un sistema chiuso in un certo stato termodinamico, scambiando calore e lavoro può raggiungere uno stato diverso da quello iniziale a cui corrisponde una diversa exergia. Si può dunque affermare che scambi di calore e di lavoro sono accompagnati da una variazione del livello exergetico di un sistema. La variazione di exergia del sistema non sarà tuttavia pari alla totale exergia “messa in gioco” nel processo, poiché una parte di essa può essere distrutta dalle irreversibilità. I concetti di scambio energetico, variazione di exergia per scambio di calore o di lavoro (sinteticamente in una parola scambio exergetico), exergia distrutta, sono legati al bilancio exergetico del sistema.

Per un sistema chiuso i bilanci di energia ed entropia sono stabiliti dal primo e dal secondo principio della termodinamica nella forma:

I principio:  $\int_1^2 \delta Q - \delta L_{1,2} = E_2 - E_1$

II principio:  $\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} + \delta S_s \right) = S_2 - S_1 = \Delta S_{1-2}$

essendo  $E$  il contenuto energetico del sistema,  $T$  la temperatura a cui avviene lo scambio termico  $\delta Q$  e  $\delta S_s$  la produzione entropica elementare ( $\geq 0$ ) che si sviluppa durante il processo 1-2. Il pedice  $s$  sostituisce, per semplicità di scritture, il pedice “gen” riferito all'entropia generata dal processo. Si



osservi come grandezze piccole che non rappresentano differenziali sono indicate con  $\delta$ , mentre il simbolo  $\Delta$  (maiuscolo) è riservato alle variazioni di funzioni di stato (cioè le proprietà del sistema). Si moltiplichi l'equazione del bilancio entropico per  $T_0$ , sottraendo l'espressione risultante all'equazione di bilancio energetico:

$$(E_2 - E_1) - T_0(S_2 - S_1) = \int_1^2 \delta Q - T_0 \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} - \delta L_{1,2} - T_0 \delta S_{s,1-2} \quad (9)$$

Passando dalle grandezze totali (maiuscole) alle grandezze specifiche (minuscole) ed esprimendo la differenza  $(e_2 - e_1)$  in funzione della variazione di exergia data dalla (8) si ha l'espressione riferita all'unità di massa:

$$(ex_2 - ex_1) - p_0(v_2 - v_1) = \int_1^2 (1 - \frac{T_0}{T}) \delta q - \delta l_{1,2} - T_0 \delta s_{s,1-2} \quad (10)$$

da cui infine:

$$(ex_2 - ex_1) = \int_1^2 (1 - \frac{T_0}{T}) \delta q - [\delta l_{1,2} - p_0(v_2 - v_1)] - T_0 \delta s_{s,1-2} \quad (11)$$

L'equazione (11) è stata ottenuta dai bilanci di energia e di entropia pertanto non costituisce un'espressione indipendente (non implica un nuovo principio della termodinamica!!!!), ma può essere utilizzata come formulazione del II principio al posto del bilancio entropico (spesso utilizzato per calcolare la produzione entropica di un processo).

Se sono noti gli stati iniziali e finali della trasformazione, il primo membro della (11) può essere determinato mediante la (8). Il secondo membro dipende esplicitamente dalla natura del processo poiché contiene l'exergia trasferita per effetto degli scambi energetici ed il termine di dissipazione. Il trasferimento exergetico riferito all'unità di massa ed associato allo scambio di calore è dato da:

$$\int_1^2 (1 - \frac{T_0}{T}) \delta q$$

mentre allo scambio di lavoro compete una variazione exergetica specifica pari a:

$$\delta l_{1,2} - p_0(v_2 - v_1)$$

Infine,  $T_0 \delta S_{s,1-2}$  rappresenta l'exergia "distrutta" per effetto delle irreversibilità interne ( $\geq 0$ ).

La variazione di exergia di un sistema può dunque risultare positiva, negativa o nulla, in relazione agli scambi energetici sistema ed esterno, cui vanno sempre sottratti gli effetti delle irreversibilità (scambi abbinati a gradienti).

Per un sistema isolato, la variazione di exergia può soltanto essere negativa per effetto delle irreversibilità interne.

**Il bilancio exergetico di un sistema chiuso** può anche essere convenientemente formulato considerando il valore attuale degli scambi energetici per unità di tempo. La (11) diventa allora:

$$\frac{dEx}{d\tau} = \sum_j (1 - \frac{T_o}{T_j}) \dot{Q}_j - \left[ \dot{L} - p_0 \frac{dV}{d\tau} \right] - T_0 \delta \dot{S}_s \quad (12)$$

in cui  $\frac{dEx}{d\tau}$  rappresenta la variazione di exergia dell'intero sistema per unità di tempo,  $\dot{Q}_j$  è il flusso termico che attraversa la porzione di confine a temperatura  $T_j$ ,  $\dot{L}$  la potenza meccanica scambiata e  $\frac{dV}{d\tau}$  la variazione del volume del sistema. Il termine  $T_0 \delta \dot{S}_s$  fornisce il valore dell'exergia distrutta per unità di tempo in conseguenza delle irreversibilità, ed è facile riconoscere in tale termine il concetto di lavoro perduto (cioè la mancata potenzialità di fare lavoro meccanico utile da parte del sistema) sintetizzato dal teorema di Guy-Stodola:  $\dot{L}_{lost} = T_0 \delta \dot{S}_s$ .

### Esempio 3 Massimo rendimento di un ciclo motore

Utilizzando l'equazione di bilancio exergetico dei sistemi chiusi si determini la massima efficienza termica di una macchina ciclica operante tra due sole sorgenti termiche a  $T_1$  e  $T_2$ .

-----

Il bilancio exergetico (11) applicato ad una trasformazione ciclica fornisce:

$$0 = \oint \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \delta q - \delta l_{ciclo} - T_0 \delta s_{s,ciclo}$$

La massima efficienza si ha per produzione entropica nulla ( $\delta s_s = 0$ ). Tenendo conto del primo principio applicato al ciclo e sviluppando l'integrale ciclico con riferimento alla massa totale del fluido motore che sviluppa il ciclo, si ha:

$$\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) \delta Q_1 + \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \delta Q_2 = \delta L = \delta Q_1 + \delta Q_2$$

da cui:

$$\frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2} = 0.$$

L'efficienza termica massima di un ciclo motore semplice è dunque (sistema chiuso):

$$\eta_0 = \frac{\delta L}{\delta Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Nel caso particolare di  $T_2 = T_0$  il lavoro massimo ottenibile dal ciclo risulta uguale alla quota convertibile di  $Q_1$ , fino a  $T_0$ :

$$\delta L_{max} = \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) \delta Q_1$$

Il fattore  $\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right)$  è detto fattore exergetico del contenuto energetico  $\delta Q_1$  a  $T_1$ .

## 5. Caratteristiche dell'exergia termomeccanica di un sistema chiuso

La grandezza *exergia* è stata definita come il lavoro massimo ottenibile quando il sistema chiuso considerato, interagendo con l'ambiente di riferimento, si porta in equilibrio meccanico e

termico con esso (stato morto). L'exergia può anche essere considerata uguale al lavoro minimo che occorre applicare per portare il sistema dallo stato morto di equilibrio a quello attuale considerato. In base alle considerazioni svolte si possono individuare per l'exergia termomeccanica le seguenti principali caratteristiche.

1. L'exergia di un sistema chiuso non è mai minore di zero. Se infatti il sistema si trova in uno stato diverso dallo stato morto, interagendo con l'ambiente di riferimento, tende spontaneamente all'equilibrio, senza la necessità di alcun lavoro esterno. Ne segue che potendo il sistema evolvere spontaneamente, con lavoro almeno nullo, il lavoro teorico ottenibile dal processo di interazione e cioè l'exergia non può mai risultare minore di zero.
2. L'exergia non si conserva. È possibile infatti che l'equilibrio allo stato morto venga raggiunto con un processo spontaneo totalmente dissipativo. Il potenziale lavoro ottenibile in tal caso è dunque distrutto dalle irreversibilità.
3. L'exergia misura la "distanza" dello stato attuale del sistema da quello dell'ambiente di riferimento. Essa è pertanto una caratteristica del sistema e dell'ambiente considerati nel loro insieme. Se tuttavia lo stato di riferimento è specificato, si può assegnare al sistema chiuso un valore di exergia dipendente soltanto dallo stato attuale, così l'exergia diventa una funzione di stato del sistema.
4. È una proprietà estensiva e pertanto riferibile all'unità di massa del sistema, purché esistano i presupposti di uniformità delle proprietà termodinamiche all'interno del sistema stesso.
5. Esplicitando il contenuto energetico, l'exergia per unità di massa di un sistema chiuso si può scrivere:

$$ex = (u - u_o) - T_o(s - s_o) + p_o(v - v_o) + \frac{w^2}{2} + gz \quad (13)$$

6. Le unità di misura dell'exergia sono le stesse dell'energia (è un lavoro).
7. La variazione di exergia specifica tra due stati definiti 1 e 2 di un sistema chiuso è data da:

$$ex_2 - ex_1 = (u_2 - u_1) - T_o(s_2 - s_1) + p_o(v_2 - v_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (14)$$

in cui  $T_o$  e  $p_o$  caratterizzano l'ambiente di riferimento. Se si escludono altri fenomeni (chimici, elettromagnetici ecc.) l'equilibrio termico e meccanico con l'ambiente comporta, come già notato, exergia nulla.

Si noti che  $u_o$ ,  $s_o$  e  $v_o$  rappresentano i valori rispettivamente di energia interna, entropia e volume specifico del sistema in equilibrio con l'ambiente a  $T_o$  e  $p_o$  (e non i valori riferiti all'ambiente stesso).

## 6. Exergia di corrente

Al fine di pervenire alla definizione del bilancio exergetico per un volume di controllo, si introduce l'exergia di una corrente fluida o *exergia di corrente* ("exergy flow"), tenendo anche conto del trasferimento di exergia che accompagna il lavoro di pulsione.

Quando una data massa fluisce attraverso il confine (permeabile) di un volume di controllo, il trasporto dell'unità di massa (portata, cioè passaggio di massa nell'unità di tempo) è accompagnato da un trasporto di energia (flusso energetico, cioè scambio di energia nell'unità di tempo) dato da:

$$\dot{m} e = \dot{m} \left( u + \frac{w^2}{2} + gz \right)$$

in cui "e" è il contenuto energetico specifico valutato nella sezione considerata.

In modo del tutto analogo alla corrente fluida si può associare un trasporto exergetico:

$$\dot{m} \text{ ex} = \dot{m} \left[ (e - u_o) - T_o(s - s_o) + p_o(v - v_o) \right] \quad (15)$$

essendo “ $ex$ ” l’exergia specifica del fluido. Attraverso la porzione di superficie del volume di controllo attraversata dal fluido, la corrente scambia anche un lavoro di pulsione ( $pv$ ) che costituisce, per il volume di controllo, un ulteriore apporto exergetico, pari a  $(pv - p_o v)$  per la (11).

Si ha così che il reale apporto exergetico al volume di controllo, associato alla portata  $\dot{m}$  che attraversa la superficie di confine risulta:

$$\dot{m} (ex + (pv - p_o v)) = \dot{m} \left[ (h - h_o) - T_o(s - s_o) + \frac{w^2}{2} + gz \right] \quad (16)$$

In base alla (16) si può dunque definire una *exergia di corrente* specifica data da:

$$ex_f = (h - h_o) - T_o(s - s_o) + \frac{w^2}{2} + gz \quad (17)$$

$ex_f$  è somma di una componente termodinamica e delle energie potenziale e cinetica.

Se si possono trascurare le componenti dovute all’energia cinetica e potenziale, l’exergia di corrente, per la (17), assume valore nullo nelle condizioni di equilibrio termico e meccanico con l’ambiente di riferimento date da  $h = h_o$  e  $s = s_o$ .

Per la definizione (16), l’exergia di corrente ( $ex_f$ ) è somma di un termine associato allo stato termodinamico della massa in movimento ( $ex$ ) e di uno associato al lavoro di pulsione  $((p - p_o)v)$  scambiato attraverso la sezione permeabile alla massa della superficie limitante il volume di controllo. Sebbene  $ex$ , come già notato, sia sempre positiva, l’exergia di corrente  $ex_f$  può assumere valori negativi quando la pressione agente sulla sezione di deflusso è minore della pressione dell’ambiente di riferimento  $p_o$ . Una semplice rappresentazione delle condizioni in cui l’exergia di corrente è negativa si può ottenere sul diagramma  $h, s$ .

Si consideri in tale piano l’isobara a  $p_o$  e lo stato O di equilibrio con l’ambiente di riferimento  $(h_o, s_o)$ .

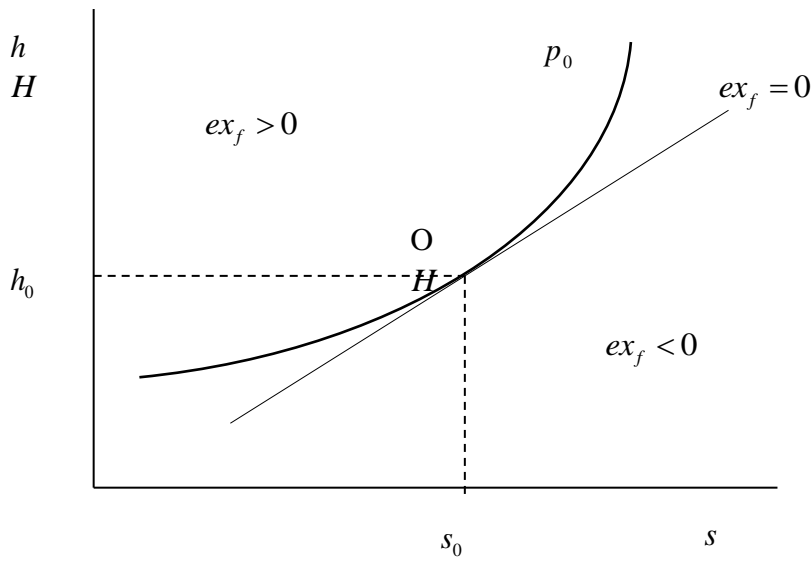


Figura 4. Regioni ad exergia di corrente positiva e negativa sul piano  $h, s$ .

La pendenza della tangente a tale isobara in O vale  $(\frac{dh}{ds})_p = T_0$  e la stessa tangente ha equazione:

$$(h - h_0) - T_0(s - s_0) = 0$$

Essa tangente è il luogo dei punti a exergia di corrente nulla e divide il piano  $h, s$  in due regioni: al di sopra di tale retta è  $ex_f > 0$ , al di sotto è  $ex_f < 0$ .

L'exergia di corrente, a meno dei termini macroscopici, può infine rappresentarsi sul piano  $T, s$  ricordando il significato delle aree che su quel piano forniscono i valori di  $(h - h_0)$  e di  $T_0(s - s_0)$ : l'exergia di corrente sarà data dalla differenza tra tali aree.

In Fig. 5 sono riportati due esempi. Il primo (a) riguarda uno stato termodinamico P caratterizzato da pressione  $p > p_0$ , temperatura  $T > T_0$  e da entropia  $s < s_0$ : l'area sottostante il tratto PP' dell'isobara a  $p = \text{cost}$  fornisce la differenza  $(h - h_0)$ , mentre l'area corrispondente al rettangolo di altezza  $T_0$  e base  $(s - s_0)$  fornisce il termine associato alla variazione di entropia specifica. L'exergia del punto P è data dall'area tratteggiata. Nel caso (b) sia  $p > p_0$ ,  $T > T_0$  ed  $s > s_0$ . L'exergia di corrente è rappresentata dall'area sottostante la PP' sull'isobara a  $p = \text{cost}$  ( $(h - h_0) > 0$ ) diminuita dell'area del rettangolo  $T_0(s - s_0)$ .

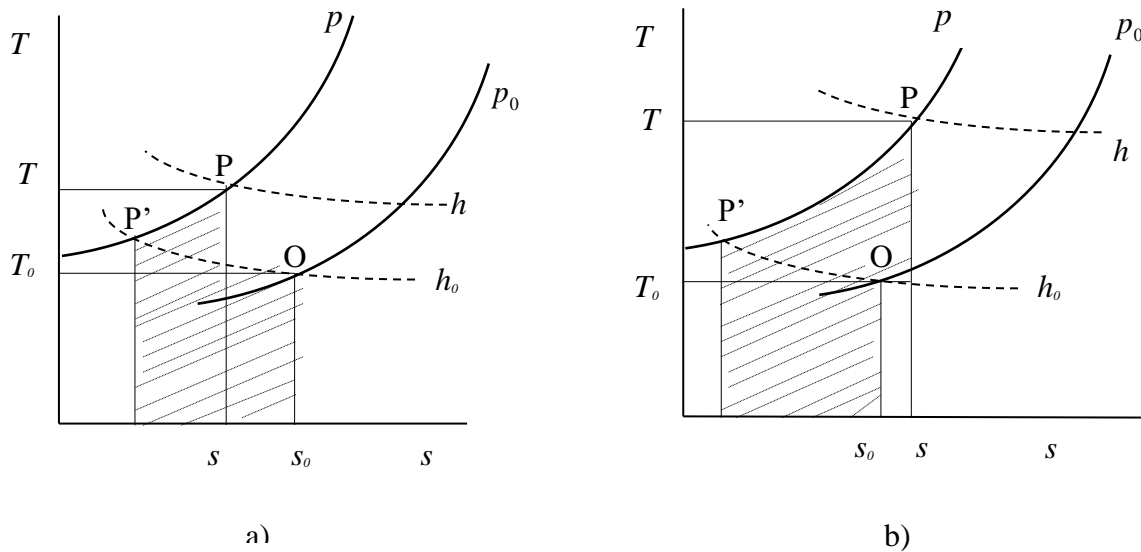


Figura 5. Rappresentazione dell'exergia di corrente sul piano entropico:

a) per  $p > p_0$ ,  $T > T_0$ ,  $s < s_0$ ;

b) per  $p > p_0$ ,  $T > T_0$ ,  $s > s_0$

## 7. Bilancio exergetico di un volume di controllo

Il bilancio exergetico per un volume di controllo può essere ottenuto in analogia al bilancio energetico facendo riferimento ad un sistema chiuso che occupa diverse regioni dello spazio, rispetto ad un definito volume di controllo, agli istanti  $\tau$  e  $\tau + \Delta\tau$ . D'altra parte essendo l'exergia una

grandezza estensiva può essere trasportata nel volume di controllo o uscire da esso con il trasporto di massa ed il bilancio exergetico può dunque scriversi nella forma:

Variazione d'exergia totale del volume di controllo per unità di tempo	=	Trasferimento di exergia associato agli scambi di calore e di lavoro attraverso il confine del volume di controllo (exergia trasferita) nell'unità di tempo	+	Flusso exergetico netto associato al trasporto di massa	-	Exergia distrutta per irreversibilità nell'unità di tempo
--	---	--	---	--	---	---

$$\frac{dEx_{cv}}{d\tau} = \sum_j \left(1 - \frac{T_o}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \left[ \dot{L}e - p_0 \frac{dV_{cv}}{d\tau} \right] + \sum_e \dot{m}_e ex_{f,e} - \sum_u \dot{m}_u ex_{f,u} - T_0 \frac{\delta S_{s,cv}}{d\tau} \quad (18)$$

in cui:

$\dot{Q}_j$  è il flusso termico che attraversa il confine dove la temperatura (esterna) è  $T_j$ ,  
 $\dot{L}e$  la potenza meccanica scambiata come lavoro esterno netto per unità di tempo,  
 $\frac{dV_{cv}}{d\tau}$  la variazione del volume di controllo, per unità di tempo,  
 $ex_{f,e}$  ed  $ex_{f,u}$ , rappresentano l'exergia (specifica) in ingresso e quella in uscita dal volume di controllo, nella forma "exergia di corrente".

**A regime permanente** la (18) diventa:

$$\sum_j \left(1 - \frac{T_o}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \dot{L}e + \sum_e \dot{m}_e ex_{f,e} - \sum_u \dot{m}_u ex_{f,u} - T_0 \delta \dot{S}_{s,cv} = 0 \quad (19)$$

Se si considera, sempre a regime, un volume di controllo con un solo ingresso (sezione 1) ed una sola uscita (sezione 2), e si assume la temperatura uniforme ( $T_b$ ) sulla sua superficie di controllo dove si effettua lo scambio termico, semplificando la (19) e dividendo per la portata  $\dot{m}_e = \dot{m}_u = \dot{m}$ , si ottiene:

$$\left(1 - \frac{T_0}{T_b}\right) \delta q_{1,2} - \delta l_{e1,2} + (ex_{f,1} - ex_{f,2}) - T_0 \delta s_{s,cv} = 0 \quad (20)$$

in cui  $\delta q_{1,2}$  ed  $\delta l_{e1,2}$ , rispettivamente, rappresentano il calore ed il lavoro esterno netto scambiati dal fluido (per unità di massa) tra le sezioni 1 e 2.

La variazione di exergia di corrente del fluido, per la (20), diventa infine:

$$ex_{f,2} - ex_{f,1} = \left(1 - \frac{T_0}{T_b}\right) \delta q_{1,2} - \delta l_{e1,2} - T_0 \delta s_{s,cv} \quad (21)$$

espressione che fornisce il bilancio exergetico a regime permanente di un volume di controllo con un solo ingresso ed una sola uscita del fluido.

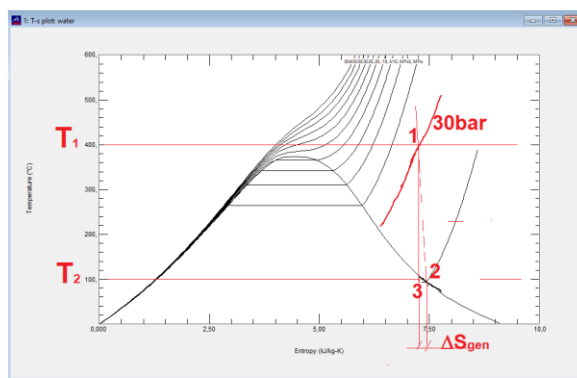
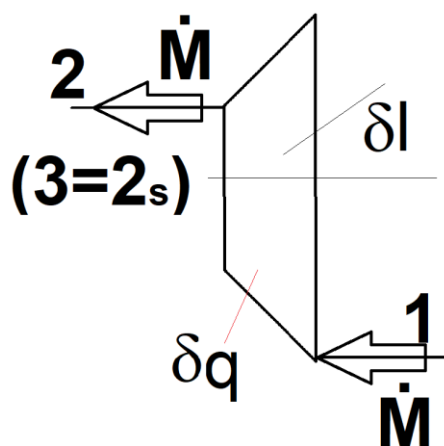
Se sono note le condizioni di ingresso e di uscita del fluido, la variazione di exergia tra le sezioni 1 e 2, per la (17), può anche essere valutata con la relazione:

$$ex_{f,2} - ex_{f,1} = (h_2 - h_1) - T_0 (s_2 - s_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) \quad (22)$$

#### Esempio 4 Espansione in turbina

Del vapore entra in una turbina alla pressione di 30 bar, temperatura 400 °C e velocità 160 m/s. A fine espansione il vapore esce saturo secco a 100 °C, con la velocità di 100 m/s. Nel processo a

regime permanente la turbina sviluppa un lavoro esterno netto specifico pari a  $540 \text{ kJ/kg}$ . Lo scambio termico con l'esterno avviene alla temperatura di  $500 \text{ K}$ . Si valuti l'irreversibilità specifica del processo assumendo le condizioni di riferimento:  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  e  $p_0 = 1 \text{ bar}$ .



In figura è rappresentata una descrizione schematica del funzionamento della turbina, con riferimento al piano T-s. Gli scambi rappresentati sono per unità di massa.

Calcolo dei punti termodinamici. In tabella sono riportati i risultati con programma REFPROP. Le caselle evidenziate in giallo individuano le coppie di dati di riferimento utilizzati per calcolare le altre proprietà dei punti termodinamici (in particolare  $p_3=p_2$ ,  $s_3=s_1$ ).

	Temperature (°C)	Pressure (bar)	Density (kg/m³)	Volume (m³/kg)	Int. Energy (kJ/kg)	Enthalpy (kJ/kg)	Entropy (kJ/kg-K)	Quality (kg/kg)	Exergy (kJ/kg)
1	400,00	30	10,063	0,099369	2933,5	3231,7	6,9234	Undefined	1172,0
2	100,00	1,0142	0,59817	1,6718	2506,0	2675,6	7,3541	1,0000	487,50
3	100,00	1,0142	0,64401	1,5528	2357,4	2514,8	6,9234	0,92877	455,20
4									

### Approccio n.1 (basato sul bilancio di entropia)

Se la turbina fosse adiabatica (cioè trascurando il contributo dovuto allo scambio di calore) avremmo:

$$\delta s_{gen} = s_2 - s_1 = 7,3541 - 6,9234 = 0,4307 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

Sulla base dei risultati potremmo anche calcolare il rendimento isoentropico di turbina (adiabatica) nella forma:

$$\eta_T = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_3} = \frac{3231,7 - 2675,6}{3231,7 - 2514,8} = 0,776$$

Se è vero che questo approccio è consolidato e qualifica immediatamente la “qualità” della turbina, l’approccio exergetico offre invece qualche informazione in più sull’uso del valore exergetico del fluido e consente di tenere conto anche, nonostante sia abbastanza piccolo, del contributo dovuto allo scambio termico.

## Approccio n. 2 (bilancio exergetico)

Per la (21) l’irreversibilità specifica è:

$$T_0 \delta s_{s,cv} = (1 - \frac{T_0}{T_b}) \delta q_{1,2} - \delta l_{e1,2} - (ex_{f,2} - ex_{f,1})$$

Per la trasformazione considerata le tabelle delle proprietà dell’acqua forniscono:

$$\begin{aligned} \text{- stato iniziale 1:} \quad & v_1 = 0.09931 \text{ m}^3 / \text{kg} \quad h_1 = 3232.5 \text{ kJ} / \text{kg} \quad s_1 = 6.9246 \text{ kJ} / \text{kgK} \\ \text{- stato finale 2:} \quad & v_2 = 1.673 \text{ m}^3 / \text{kg} \quad h_2 = 2676.0 \text{ kJ} / \text{kg} \quad s_2 = 7.3554 \text{ kJ} / \text{kgK} \end{aligned}$$

Il calore scambiato può ottenersi dall’equazione di bilancio energetico dei sistemi aperti:

$$\frac{dE_{cv}}{d\tau} = \sum_j \dot{Q}_j - \sum_j \dot{L}_e + \sum_{in} \dot{m}_{in} h_{t,in} - \sum_{us} \dot{m}_{us} h_{t,us}$$

Dove  $h_t = h + \frac{1}{2} w^2 + gz$  è l’entalpia totale del fluido riferita all’unità di massa (kJ/kg).

Dividendo l’equazione generale per la portata ed in condizioni stazionarie (regime permanente) diventa (variazioni di quota trascurabili):

$$\delta q_{1,2} = \delta l_{e1,2} + (h_2 - h_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

e risulta:

$$\delta q_{1,2} = -22.6 \text{ kJ} / \text{kg}$$

La variazione di exergia di corrente può valutarsi con la (22):

$$ex_{f,2} - ex_{f,1} = (h_2 - h_1) - T_0 (s_2 - s_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

da cui si ottiene:

$$ex_{f,2} - ex_{f,1} = -691.84 \text{ kJ} / \text{kg}$$

È così possibile il calcolo dell’irreversibilità specifica del processo 1-2, che risulta:

$$T_0 \delta s_{s,cv} = 142.7 \text{ kJ} / \text{kg}$$

In conclusione, la variazione di exergia che caratterizza il processo in turbina si ritrova sotto forma di:

- lavoro esterno netto	$\delta l_e = 540 \text{ kJ} / \text{kg}$	(78%)
- exergia abbinata alle dispersioni termiche	$(1 - \frac{T_0}{T_b}) \delta q_{1,2} = 9.1 \text{ kJ} / \text{kg}$	(1.3%)
- exergia distrutta (lavoro perduto)	142.7 kJ/kg.	(20.7%)



## 8. Efficienza di secondo principio

Per valutare le prestazioni di sistemi e processi energetici si utilizza frequentemente il concetto di *efficienza*. Comunemente la definizione di efficienza è basata sull'energia e sul primo principio della termodinamica. È d'altra parte utile valutare le prestazioni tenendo conto delle limitazioni imposte dalla seconda legge: efficienze di questo tipo vengono dette di secondo principio o efficienze exergetiche.

Per illustrare il diverso criterio in base al quale definire l'efficienza si consideri un volume di controllo a regime permanente. I bilanci energetici ed exergetici possono scriversi rispettivamente:

$$\text{energia fornita} = \text{energia utilizzata} + \text{energia non utilizzata}$$

$$\text{exergia fornita} = \text{exergia utilizzata} + \text{exergia non utilizzata} + \text{exergia distrutta}$$

In queste equazioni la parte di energia/exergia “utilizzata” può riferirsi al lavoro meccanico o elettrico, all'energia termica o ad una combinazione di calore e lavoro.

La parte “non utilizzata” indica quanto, di ciò che si è fornito (cioè che è stato messo a disposizione), viene restituito o ceduto all'esterno e non è utilizzato in relazione alle finalità del processo. Il termine “exergia distrutta” è riferito alle irreversibilità interne. Dal punto di vista energetico o exergetico, una valutazione dell'efficienza, cioè di quanto viene utilizzato in rapporto a quanto fornito, può essere ottenuta dalle:

$$\eta_I = \eta = \frac{\text{energia utilizzata}}{\text{energia fornita}} = 1 - \frac{\text{energia non utilizzata}}{\text{energia fornita}}$$

$$\eta_{II} = \varepsilon = \frac{\text{ex. utilizzata}}{\text{ex. fornita}} = 1 - \frac{\text{ex. non utilizzata} + \text{ex. distrutta}}{\text{exergia fornita}}$$

L'efficienza exergetica  $\varepsilon$  fornisce frequentemente una rappresentazione più accurata del processo. In  $\eta$  sono infatti pesati allo stesso modo il lavoro meccanico e l'energia termica, anche se a bassa temperatura (e quindi con bassi valori exergetici). Inoltre, mentre  $\eta$  evidenzia l'energia non utilizzata (dispersa),  $\varepsilon$  evidenzia anche l'exergia distrutta per irreversibilità.

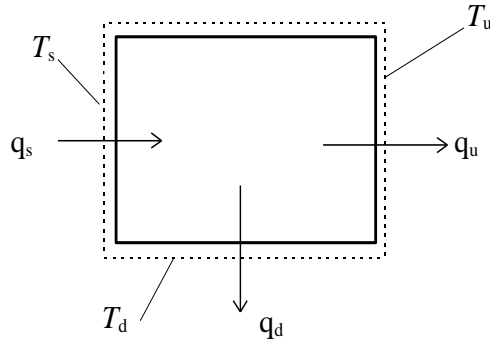
Altre espressioni per l'efficienza di II principio hanno il significato di un rapporto tra il lavoro minimo teorico (per il processo a parità di effetto utile) ed il lavoro effettivamente richiesto.

Nel seguito verranno presentati alcuni esempi di efficienza di II principio riferiti a sistemi termodinamici in cui si attuano processi ciclici ed a singoli componenti di impianto.

### 8.1 Sorgenti termiche ed usi finali

Numerose applicazioni quali il riscaldamento civile, il riscaldamento di forni industriali, la produzione di vapore ecc., prevedono l'uso finale di energia termica ottenuta partendo da sorgenti a temperatura più elevata. Ciò accade tipicamente nei processi di combustione: quando i prodotti della combustione sono a temperatura significativamente più elevata di quanto richiesto dall'applicazione, l'uso dell'energia termica a temperatura più bassa non corrisponde ad un efficiente utilizzo della sorgente.

Si consideri ad esempio un sistema chiuso, a regime stazionario, senza lavoro esterno; supponiamo riceva un flusso termico  $q_s$  a  $T_s$  e ne ceda  $q_u$  ad un utilizzatore a  $T_u$ . Supponiamo inoltre che una parte ( $q_d$ ) della potenza termica fornita, sia dispersa a  $T_d$ .



**Figura 6.** Schema di un sistema chiuso a regime permanente, senza scambio di lavoro con l'esterno (e.g. caldaia).

In queste condizioni i bilanci di energia ed exergia, indicando con  $q_u$  e  $q_d$  i valori assoluti dei flussi termici uscenti, si scrivono:

$$\frac{dE}{d\tau} = (q_s - q_u - q_d) - \dot{L}$$

$$\frac{dEx}{d\tau} = \left[ \left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right) q_s - \left(1 - \frac{T_0}{T_u}\right) q_u - \left(1 - \frac{T_0}{T_d}\right) q_d \right] - \left[ \dot{L} - p_0 \frac{dV}{d\tau} \right] - T_0 \delta \dot{S}_s$$

da cui, a regime permanente e sempre con lavoro nullo ( $\dot{L} = 0$ ) :

$$q_s = q_u + q_d$$

$$\left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right) q_s = \left(1 - \frac{T_0}{T_u}\right) q_u + \left(1 - \frac{T_0}{T_d}\right) q_d + T_0 \delta \dot{S}_s$$

La prima equazione dice che l'energia fornita è in parte utilizzata ed in parte dispersa. In base a ciò può definirsi una efficienza o rendimento energetico di primo principio nella forma:

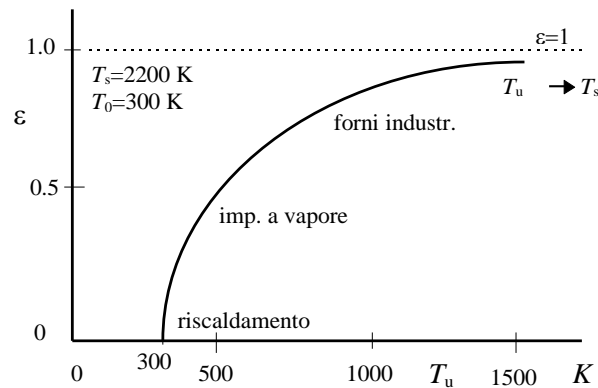
$$\eta = \frac{q_u}{q_s} = 1 - \frac{q_d}{q_s} \quad (23)$$

tendente ad 1 per  $q_d$  tendente a zero. La seconda dice che l'exergia trasferita (per unità di tempo) per effetto dello scambio termico  $q_s$  è sia trasmessa con gli scambi  $q_u$  e  $q_d$ , sia distrutta per irreversibilità. Una efficienza exergetica può scriversi:

$$\varepsilon = \frac{\left(1 - \frac{T_0}{T_u}\right) q_u}{\left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right) q_s} = \eta \frac{\left(1 - \frac{T_0}{T_u}\right)}{\left(1 - \frac{T_0}{T_s}\right)} \quad (24)$$

Sia  $\varepsilon$ , sia  $\eta$ , indicano il rapporto tra l'effetto utile e ciò che si spende, ma su basi diverse, rispettivamente, exergetica o energetica. Il parametro  $\varepsilon$  può essere chiamato efficienza di II principio.

L'equazione ottenuta indica che un valore di  $\eta$  prossimo ad 1 è importante ai fini di particolari applicazioni, ma per un corretto utilizzo della fonte energetica è anche importante che la temperatura di utilizzazione sia prossima a quella della sorgente. Per mostrare l'importanza della temperatura di utilizzo  $T_u$ , è stato tracciato il diagramma di Fig. 7, con  $T_s = 2200$  K e  $T_0 = 300$  K, con  $\eta = 1$ . Come si può notare  $\varepsilon$  cresce con  $T_u$  ed è zero per  $T_u = T_0$ . Il combustibile è utilizzato in modo termodinamicamente efficiente in applicazioni ad elevata temperatura.



**Figura 7.** Rendimento exergetico  $\varepsilon$  di un sistema chiuso, senza scambi di lavoro con l'esterno (caldaia con  $\eta=1$ ).

Un buon utilizzo del combustibile può essere ottenuto ad esempio interponendo un ciclo di potenza tra la sorgente e l'utilizzatore. Il sistema termodinamico che così si ottiene riceve calore a  $T_s$  produce lavoro meccanico e scarica energia termica residua a  $T_u$ . Questo metodo è denominato *cogenerazione*. Il vantaggio exergetico della cogenerazione è evidente, quello energetico è che potenza meccanica e riscaldamento possono essere ottenuti spendendo complessivamente meno di quanto sarebbe richiesto per le singole applicazioni.

## 8.2. Efficienze exergetiche di componenti di impianto

Efficienze di secondo principio possono essere scritte per i diversi componenti di impianti tecnici seguendo la definizione generale. Con riferimento ai componenti di termofluidosistemi operanti a regime permanente si possono individuare le espressioni seguenti.

### a) Espansore

Per una turbina operante a regime permanente in condizioni adiabatiche tra le sezioni 1 e 2 il bilancio exergetico dato dalla (21) assume la forma:

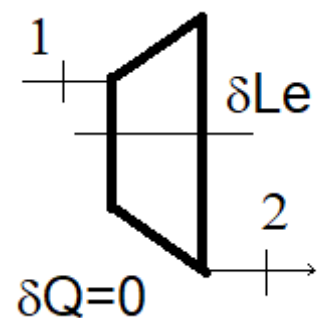
$$ex_{f,2} - ex_{f,1} = -\delta l_{e1,2} - T_0 \delta s_{s,cv}$$

da cui:

$$ex_{f,1} - ex_{f,2} = \delta l_{e1,2} + T_0 \delta s_{s,cv}$$

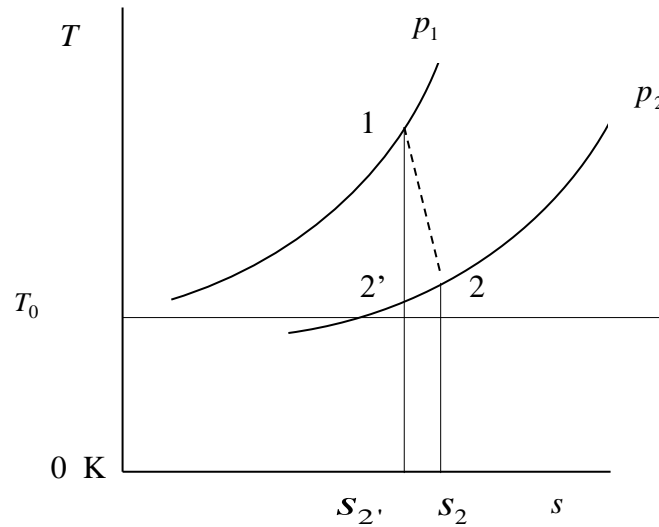
La caduta di exergia è dunque dovuta al lavoro esterno compiuto ed alle irreversibilità.

L'efficienza exergetica o rendimento exergetico dell'espansore potrà pertanto scriversi:



$$\varepsilon_E = \frac{\delta le_{1,2}}{ex_{f,1} - ex_{f,2}} = 1 - \frac{T_0 \delta s_s}{ex_{f,1} - ex_{f,2}} \quad (25)$$

i valori che la caratterizzano sono dello stesso ordine dei corrispondenti rendimenti isoentropici.



**Figura 8.** Espansioni adiabatiche, reale e reversibile, per la definizione del rendimento isoentropico di espansione  $\rho_E$ .

Per ottenere informazioni utili al fine di individuare lo stato termodinamico del fluido all'uscita dell'espansore e la relativa produzione entropica, è stato definito il *rendimento isoentropico*  $\rho_E$  come rapporto tra il lavoro esterno netto effettivo dell'espansione reale (1-2) e quello che si otterrebbe dall'espansione isoentropica tra le stesse pressioni estreme (1-2'):

$$\rho_E = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2'}} = 1 - \frac{h_2 - h_{2'}}{h_1 - h_{2'}} \quad (25)$$

Tale rendimento però pone a confronto trasformazioni che conducono a diversi stati finali (lo stato finale reale è caratterizzato da temperatura maggiore di quella del processo ideale). La (25) mette in evidenza una caduta entalpica non utilizzata ( $h_2 - h_{2'}$ ) rappresentabile graficamente mediante l'area sottostante la 2-2' lungo l'isobara alla pressione  $p_2$  (Fig. 8).

Il rendimento exergetico definito dalla (24) non ha la limitazione concettuale del rendimento isoentropico poiché è valutato in base alla sola trasformazione reale. La perdita exergetica  $T_0 \delta s_s$  vale proprio  $T_0 (s_2 - s_{2'})$  ed è quindi uguale all'area del rettangolo di base  $(s_2 - s_{2'})$  e altezza  $T_0$ . La rappresentazione grafica di Fig. 8 mostra che per le espansioni a temperatura maggiore di  $T_0$  risulta  $\varepsilon_E > \rho_E$ , mentre il contrario accade per espansioni che avvengono a temperatura minori di quella dell'ambiente di riferimento. Le (24) e (5) si possono infatti anche scrivere:

$$\varepsilon_E = \frac{h_1 - h_2}{(h_1 - h_2) + T_0 (s_2 - s_1)} \quad \rho_E = \frac{h_1 - h_2}{(h_1 - h_2) + (h_2 - h_{2'})}$$

#### b) Compressore

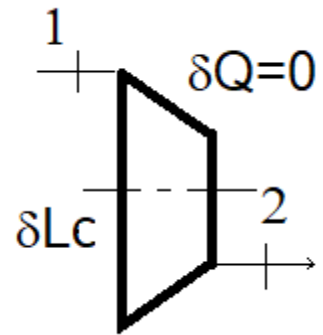
A regime permanente e per un processo adiabatico, il bilancio exergetico diventa:

$$-\delta l_{e1,2} = (ex_{f,2} - ex_{f,1}) + T_0 \delta s_s$$

In questo caso il lavoro esterno applicato corrisponde alla variazione positiva di exergia a meno delle irreversibilità del processo.

L'efficienza exergetica risulta:

$$\varepsilon_c = \frac{ex_{f,2} - ex_{f,1}}{-\delta l_{e1,2}} = 1 - \frac{T_0 \delta s_s}{-\delta l_{e1,2}} \quad (24)$$



Il confronto tra i valori del rendimento isoentropico e del rendimento exergetico del compressore può essere svolto sulla base delle seguenti relazioni:

$$\varepsilon_c = \frac{(h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1)}{h_2 - h_1} \quad \rho_c = \frac{(h_{2'} - h_2) + (h_2 - h_1)}{h_2 - h_1}$$

#### Esempio 5

Una portata di azoto entra in un compressore alla temperatura di 300 K e pressione di 1 bar. L'azoto viene compresso con rendimento isoentropico pari a 0.86 fino alla pressione di 5 bar.

Supponendo il gas reale si valuti:

- il lavoro esterno netto del compressore
- la produzione entropica
- il rendimento exergetico (assumendo le condizioni di riferimento  $T_0 = 300$  K e  $p_0 = 1$  bar).

----- soluzione -----

In base ai dati forniti possono valutarsi le seguenti grandezze:

$$h_1 = 311.8 \text{ kJ / kg}$$

$$s_1 = s_{2'} = 6.8536 \text{ kJ / kgK}$$

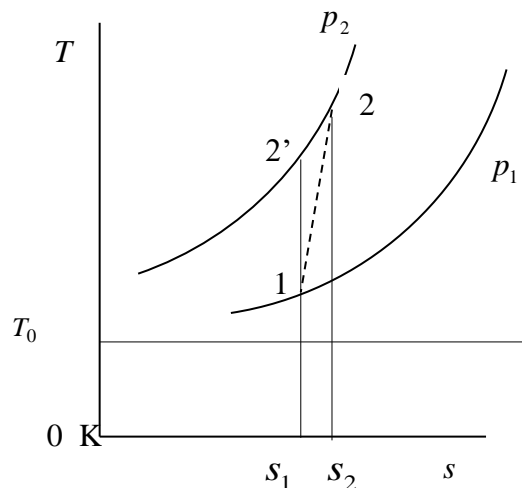
da cui:

$$T_{2'} = 475.4 \text{ K} \quad h_{2'} = 494.6 \text{ kJ / kg}$$

e quindi:

$$h_2 = h_1 + \frac{h_{2'} - h_1}{\rho_c} = 524.4 \text{ kJ / kg}$$

$$T_2 = 506 \text{ K} \quad s_2 = 6.9235 \text{ kJ / kgK}$$



- Il lavoro esterno netto del compressore risulta:  $\delta l_{e,c} = -(h_2 - h_1) = -212.6 \text{ kJ / kg}$

- La produzione entropica:  $\delta s_s = s_2 - s_1 = 0.0698 \text{ kJ / kgK}$

- Il rendimento exergetico:  $\varepsilon_c = 1 - \frac{T_0 \delta s_s}{-\delta l_{e,c}} = 0.90$

### c) Scambiatore di calore

Si consideri uno scambiatore di calore operante a regime permanente, adiabatico verso l'esterno. Il bilancio exergetico complessivo in condizioni stazionarie (eq. 19) risulta:

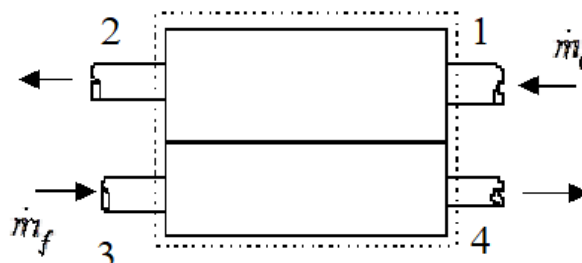
$$\sum_e \dot{m}_e ex_{f,e} - \sum_u \dot{m}_u ex_{f,u} - T_0 \frac{\delta S_{s,vc}}{\Delta \tau} = 0$$

da cui:

$$(ex_{f,1} \dot{m}_c + ex_{f,3} \dot{m}_f) - (ex_{f,2} \dot{m}_c + ex_{f,4} \dot{m}_f) - T_0 \delta \dot{S}_{s,vc} = 0$$

equazione che può anche scriversi:

$$(ex_{f,1} - ex_{f,2}) \dot{m}_c = (ex_{f,4} - ex_{f,3}) \dot{m}_f + T_0 \delta \dot{S}_{s,vc}$$



La diminuzione di exergia della corrente calda risulta uguale alla somma dell'aumento di exergia della corrente fredda più l'exergia distrutta per irreversibilità associate al gradiente di temperatura. L'efficienza dello scambiatore coerentemente con la definizione generale sarà:

$$\varepsilon_{SC} = \frac{\dot{m}_f (ex_{f,4} - ex_{f,3})}{\dot{m}_c (ex_{f,1} - ex_{f,2})} = 1 - \frac{T_0 \delta \dot{S}_{s,cv}}{\dot{m}_c (ex_{f,1} - ex_{f,2})} \quad (26)$$

### Esempio 6 – generatore di vapore

Uno scambiatore di calore è attraversato da una corrente di acqua a 8 MPa che entra liquida a 50 °C ed esce nello stato di vapore saturo secco. L'altra corrente dello scambiatore è costituita dai prodotti della combustione che alla pressione atmosferica entrano a 1100°C ed escono a 550°C.

Si valuti:

- l'exergia fornita per unità di tempo dai gas della combustione;
- il flusso exergetico uscente con il vapore saturo secco;
- l'exergia distrutta per irreversibilità;
- l'efficienza exergetica.

Sia  $\dot{m}_f = 4.45 \cdot 10^5 \text{ kg/h}$  la portata di acqua e si assuma la condizione di riferimento:  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  e  $p_0 = 1 \text{ bar}$ .

----- soluzione -----

2: water: Specified state points									
	Temperature (°C)	Pressure (bar)	Density (kg/m³)	Volume (m³/kg)	Int. Energy (kJ/kg)	Enthalpy (kJ/kg)	Entropy (kJ/kg-K)	Quality (kg/kg)	Exergy (kJ/kg)
1									
2									
3	50,000	80,000	991,45	0,0010086	208,15	216,22	0,70012	Subcooled	12,041
4	295,01	80,000	42,507	0,023526	2570,5	2758,7	5,7450	1,0000	1050,4

3: Air: Specified state points									
	Temperature (°C)	Pressure (bar)	Density (kg/m³)	Volume (m³/kg)	Int. Energy (kJ/kg)	Enthalpy (kJ/kg)	Entropy (kJ/kg-K)	Quality (kg/kg)	Exergy (kJ/kg)
1	1100,0	1,0000	0,25358	3,9435	1215,2	1609,5	5,5260	Superheated	695,16
2	550,00	1,0000	0,42297	2,3642	737,35	973,77	4,9366	Superheated	235,16
3									

Si assumano le consuete ipotesi per lo scambiatore e si considerino isobare le trasformazioni dei fluidi. Dal bilancio energetico a regime dei sistemi aperti si ha:

$$\dot{m}_f(h_3 - h_4) + \dot{m}_c(h_1 - h_2) = 0$$

da cui:

$$\frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_c} = \frac{\text{portata acqua}}{\text{portata fumi}} = \frac{h_1 - h_2}{h_4 - h_3}$$

I valori delle grandezze di stato per le due correnti risultano:

$$\begin{aligned} h_1 &= 1486 \text{ kJ / kg} & h_2 &= 848.1 \text{ kJ / kg} & h_3 &= 216.1 \text{ kJ / kg} & h_4 &= 2760 \text{ kJ / kg} \\ s_1 &= 8.508 \text{ kJ / kgK} & s_2 &= 7.9213 \text{ kJ / kgK} & s_3 &= 0.6998 \text{ kJ / kgK} & s_4 &= 5.7470 \text{ kJ / kgK} \end{aligned}$$

In base ai valori di entalpia si ottiene:

$$\frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_c} = \frac{h_1 - h_2}{h_4 - h_3} = 0.25$$

a) Exergia fornita per unità di tempo dai gas della combustione

$$(ex_{f,1} - ex_{f,2})\dot{m}_c = \dot{m}_c [(h_1 - h_2) - T_0(s_1 - s_2)] = 228.9 \text{ MW}$$

a) Flusso exergetico uscente con il vapore saturo secco

$$(ex_{f,4} - ex_{f,3})\dot{m}_f = \dot{m}_f [(h_4 - h_3) - T_0(s_4 - s_3)] = 128.4 \text{ MW}$$

b) Exergia distrutta per irreversibilità

$$T_0 \delta \dot{S}_{s,vc} = (ex_{f,1} - ex_{f,2})\dot{m}_c - (ex_{f,4} - ex_{f,3})\dot{m}_f = 100.5 \text{ MW}$$

c) Efficienza exergetica.

$$\varepsilon_{SC} = 1 - \frac{T_0 \delta \dot{S}_{s,vc}}{\dot{m}_c (ex_{f,1} - ex_{f,2})} = 0.56$$

Si noti come, avendo assunto lo scambiatore adiabatico, il rendimento energetico dello stesso risulti invece unitario.

### Valvola di laminazione

Nel caso di un processo di laminazione attraverso una valvola, a regime permanente, il bilancio exergetico diventa:

$$ex_{f,1} = ex_{f,2} + T_0 \delta S_{s,vc}$$

Si può interpretare l'exergia di corrente entrante come exergia fornita al componente e quella uscente come utilizzata. Il rendimento exergetico è dunque:

$$\varepsilon_V = \frac{ex_{f,2}}{ex_{f,1}} = 1 - \frac{T_0 \delta S_{s,vc}}{ex_{f,1}} \quad (27)$$

### Esempio 7 – laminazione di vapore surriscaldato

Del vapore surriscaldato entra in una valvola di laminazione alla pressione di 36 bar, temperatura 260°C, ed esce alla pressione di 7.5 bar. Si valuti il rendimento exergetico della valvola assumendo come stato di riferimento quello di liquido saturo a 27 °C.

----- soluzione -----

Per lo stato iniziale del vapore e per lo stato di riferimento si ha:

$$\begin{array}{lll}
T_0 = 300 \text{ K} & p_1 = 36 \text{ bar} \quad T_1 = 260^\circ\text{C} & p_2 = 7.5 \text{ bar} \\
h_0 = 113.12 \text{ kJ / kg} & h_1 = 2856.3 \text{ kJ / kg} & h_2 = h_1 \text{ (laminazione isoentalpica)} \\
s_0 = 0.3948 \text{ kJ / kgK} & s_1 = 6.2155 \text{ kJ / kgK} & s_2 = 6.8802 \text{ kJ / kgK}
\end{array}$$

risulta dunque:

$$\begin{aligned}
ex_{f,1} &= (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) = 997.0 \text{ kJ / kg} \\
ex_{f,2} &= (h_2 - h_0) - T_0(s_2 - s_0) = 797.6 \text{ kJ / kg}
\end{aligned}$$

Il rendimento exergetico della valvola è infine:

$$\varepsilon_v = 1 - \frac{T_0 \delta s_s}{ex_{f,1}} = 0.80$$

### 8.3. Efficienza exergetica di un ciclo motore semplice

Per ciclo semplice intendiamo un ciclo in cui si trascurano i gradienti di temperatura tra componenti interni al ciclo e temperature esterne, per cui  $\delta S_{gen} = \delta S_{s,attriti}$  si riferisce soltanto alle irreversibilità interne del ciclo, vuoi per attrito, vuoi per attrito (turbine, sistemi di pompaggio e ventilazione, etc.) vuoi per scambi termici interni abbinati a gradienti di temperatura (rigeneratori e simili). L'efficienza termica o frazione utilizzata (convertita) in lavoro meccanico dell'energia termica fornita alla macchina, nel caso di un ciclo motore semplice, può esprimersi nella forma:

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} - \frac{T_2}{\delta Q_1} \sigma_e \quad (28)$$

dove  $\sigma_e$  rappresenta la traccia termodinamica (produzione entropica) del processo ciclico. Nell'ipotesi di ciclo reversibile  $\sigma_e = 0$  (ciclo di Carnot) e si ha la frazione utilizzabile:

$$\eta_0 = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

che esprime il fatto che la frazione  $T_2/T_1$  dell'energia  $\delta Q_1$ , fornita da una sorgente termica alla temperatura  $T_1$ , deve essere versata alla sorgente termica inferiore (della macchina) alla temperatura  $T_2$ . Nella definizione di efficienza termica si fa riferimento unicamente al concetto di energia, nel senso che lavoro e calore sono scambi energetici valutati con lo stesso "peso".

Il rendimento exergetico o di secondo principio mette in evidenza come il lavoro sia exergia pura, mentre il contenuto exergetico dello scambio di calore  $\delta Q_1$  dipende dalla temperatura  $T_1$  a cui esso è disponibile e dalla temperatura  $T_0$  dell'ambiente di riferimento, vale infatti:  $(1 - \frac{T_0}{T_1}) \delta Q_1$ .

L'efficienza exergetica di secondo principio, per un ciclo motore semplice, viene pertanto definita attraverso la relazione:

$$\varepsilon = \frac{\text{exergia utilizzata}}{\text{exergia fornita}} = \frac{\delta L}{\delta Q_1 (1 - \frac{T_0}{T_1})} = \eta \frac{1}{1 - \frac{T_0}{T_1}} \quad (29)$$



Nel caso di temperatura della sorgente inferiore uguale a quella dell'esterno di riferimento ( $T_2 = T_0$ ) risulta dunque:

$$\varepsilon = \frac{\eta}{\eta_0}$$

L'efficienza di II principio è quindi sempre maggiore della frazione utilizzata ( $\varepsilon > \eta$ ), essendo  $\eta_0 < 1$ , e tende all'unità nel caso di ciclo semplice reversibile (ciclo di Carnot). Alla stessa conclusione si sarebbe giunti mediante la semplice definizione di rendimento exergetico di un ciclo motore come il rapporto tra il rendimento effettivo del ciclo e quello massimo ottenibile in condizioni ideali, a parità di fonte energetica disponibile ( $Q_1$  a  $T_1$  con sorgente inferiore a  $T_0$ ).

Un modo alternativo di definire l'efficienza di II principio è quello di considerare l'exergia utilizzata (lavoro meccanico) in rapporto all'exergia "messa in gioco" nel processo, come somma algebrica degli scambi exergetici; assumendo cioè che l'exergia non utilizzata nel ciclo termodinamico possa comunque essere disponibile per ulteriori processi (ideali a priori) ( $Q_2 < 0$  disponibile alla temperatura  $T_2 > T_0$ ). Applicando il bilancio exergetico al ciclo si ha:

$$\begin{aligned} (1 - \frac{T_0}{T_1}) \delta Q_1 + (1 - \frac{T_0}{T_2}) \delta Q_2 - \delta L - T_0 \delta S_s &= 0 \\ \delta Q_2 &< 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Se il calore  $\delta Q_2 < 0$  non viene utilizzato (e quindi la corrispondente exergia uscente non viene utilizzata) utilizzando il bilancio dell'eq. (30) si ottiene:

$$\varepsilon^* = \frac{\delta L}{(1 - \frac{T_0}{T_1}) \delta Q_1 - (1 - \frac{T_0}{T_2}) |\delta Q_2|} = \frac{(1 - \frac{T_0}{T_1}) \delta Q_1 + (1 - \frac{T_0}{T_2}) \delta Q_2 - T_0 \delta S_s}{(1 - \frac{T_0}{T_1}) \delta Q_1 - (1 - \frac{T_0}{T_2}) |\delta Q_2|} = 1 - \frac{T_0 \delta S_s}{(1 - \frac{T_0}{T_1}) \delta Q_1 - (1 - \frac{T_0}{T_2}) |\delta Q_2|} \quad (31)$$

Risultando  $\varepsilon^* > \varepsilon$  ovvero:

$$\varepsilon^* = \frac{\eta}{(1 - \frac{T_0}{T_1}) - (1 - \frac{T_0}{T_2}) (1 - \eta)} \quad (32)$$

Peraltro in un ciclo combinato (oppure cogenerativo) l'evenienza  $T_2 > T_0$  è un vincolo operativo-funzionale del sistema, per cui la possibilità anche teorica per il ciclo motore semplice "topping" di arrivare a  $T_0$  è esclusa a priori.

In questi casi l'efficienza exergetica potrebbe anche essere definita con il rapporto (ipotizzando di sfruttare  $\delta Q_2 < 0$  a  $T_2 > T_0$  in un ciclo combinato o cogenerativo ideale a priori):

$$\eta_{ex,cc} = \varepsilon^* = \frac{\delta L - (1 - \frac{T_0}{T_2}) \delta Q_2}{(1 - \frac{T_2}{T_1}) \delta Q_1 - (1 - \frac{T_0}{T_2}) |\delta Q_2|} = 1 - \frac{T_0 \delta S_s}{(1 - \frac{T_2}{T_1}) \delta Q_1 - (1 - \frac{T_0}{T_2}) |\delta Q_2|} \quad (33)$$

Nell'eq.(33) a denominatore troviamo non il valore exergetico di  $\delta Q_1$  a  $T_1$  in un ambiente a  $T_0$ , ma il valore exergetico massimo utilizzabile concretamente nel ciclo combinato, cioè quello del lavoro ottenibile da  $\delta Q_1$  in un ciclo ideale tra  $T_1$  e  $T_2$ , a cui si somma quello ottenibile da un altro ciclo sfruttando  $\delta Q_2$ , operando tra  $T_2$  e  $T_0$ . Le due diverse definizioni di efficienza exergetica (33) e (29)

forniscono ovviamente lo stesso valore nel caso di exergia uscente nulla e cioè di uguaglianza tra la temperatura della sorgente inferiore e la temperatura dell'ambiente di riferimento ( $T_2 = T_0$ ).

Si osservi che la definizione di rendimento exergetico non è pertanto univoca, dipendendo dal contesto e dalle funzioni svolte dall'impianto. L'equazione (29) va utilizzata quando si voglia qualificare il valore tecnologico del motore, a prescindere dalla presenza o meno di un sistema cogenerativo.

#### Esempio 8

In un ciclo semplice reale diretto che si svolge tra la temperatura di 600 K e la temperatura ambiente 300 K, viene fornita una quantità di calore  $\delta Q_1=900kJ$  e si ottiene un lavoro meccanico  $\delta L=375kJ$ . Si valuti l'efficienza exergetica.

-----

In base alle definizioni, risulta:

$$\eta = \frac{\delta L}{\delta Q_1} = 0.42 \quad \eta_0 = 1 - \frac{T_0}{T_1} = 0.5 \quad \varepsilon = \varepsilon^* = \frac{\eta}{\eta_0} = 0.84$$

L'exergia scaricata all'ambiente è nulla e la perdita exergetica è dovuta soltanto alle irreversibilità del processo.

#### 8.4. Efficienza exergetica di un ciclo inverso semplice

L'efficienza di primo principio di un ciclo inverso viene definita mediante coefficienti di prestazione (COP) che effettuano il rapporto tra l'effetto utile ricercato e l'azione compensatrice (lavoro o calore) che si richiede per la realizzazione del processo.

Per un ciclo semplice frigorifero a compressione di vapore si ha così:

$$(COP)_F = \text{effetto frigorifero specifico} = \frac{\delta Q_2}{|\delta L|} \quad (32)$$

che, nel caso reversibile, diventa:

$$(COP)_{F,0} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

Per un ciclo semplice inverso finalizzato al riscaldamento termodinamico (pompa di calore – heat pump HP) il coefficiente di prestazione (o di amplificazione) è definito dalla:

$$(COP)_{HP} = \text{effetto utile specifico} = \frac{|\delta Q_1|}{|\delta L|} \quad (33)$$

che, per processo reversibile, diventa:

$$(COP)_{HP,0} = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$$

Si può notare come i coefficienti sopra definiti non siano tra loro omogenei, potendo assumere valori di riferimento utili dal punto di vista pratico, ma poco significativi concettualmente per una valutazione della qualità del processo. Il coefficiente di prestazione per il ciclo frigorifero può infatti variare tra zero e infinito, mentre il coefficiente per i sistemi a pompa di calore può variare tra uno ed infinito.

Un parametro comune di valutazione è costituito anche in questo caso dall'efficienza di secondo principio. Il bilancio exergetico riferito al sistema ciclico fornisce:

$$\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) \delta Q_1 + \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \delta Q_2 - \delta L - T_0 \delta S_s = 0$$

$$\delta Q_1 < 0; \delta Q_2 > 0; \delta L < 0$$

ovvero:

$$-\delta L = -\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) \delta Q_1 - \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \delta Q_2 + T_0 \delta S_s \quad (34)$$

Per un ciclo frigorifero, che si svolge tra la temperatura  $T_2 < T_1$  e la temperatura  $T_1$  (prossima a  $T_0$ ), la precedente può anche scriversi nella forma:

$$|\delta L| = \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) |\delta Q_1| + \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \delta Q_2 + T_0 \delta S_s \quad (35)$$

in cui :  $|\delta L|$  rappresenta il lavoro fatto sul sistema (exergia fornita)

$\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) |\delta Q_1|$  rappresenta l'exergia non utilizzata (uscente)

$\left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \delta Q_2$  è l'exergia utilizzata

$T_0 \delta S_s$  l'exergia distrutta.

Si può allora definire la seguente efficienza:

$$\varepsilon_F = \frac{\text{exergia (uscente + utilizzata)}}{\text{exergia fornita}} = \frac{\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) |\delta Q_1| + \left(1 - \frac{T_0}{T_2}\right) \delta Q_2}{|\delta L|} \quad (36)$$

Nel caso di  $T_1 = T_0$  l'exergia uscente non utilizzata nel processo (ma disponibile) è nulla e la precedente equazione esprime il rapporto tra l'exergia utilizzata, associata allo scambio termico con la sorgente inferiore, e l'exergia fornita come lavoro.

Assumendo  $T_1 = T_0$  (ma sappiamo che non può essere così per flussi termici non nulli) la (35) può direttamente interpretarsi come rapporto tra il coefficiente di prestazione del ciclo in esame e quello massimo reversibile:

$$\varepsilon_F = \frac{\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) \delta Q_2}{|\delta L|} = \frac{(COP)_{F, reale}}{(COP)_{F, 0}} \quad (37)$$

Analogamente, per un sistema a pompa di calore, che si svolge tra la temperatura  $T_2$  e la temperatura  $T_1 > T_2$ , si osserva che, per  $T_2 = T_0$ , l'exergia ottenuta dal processo è data da  $\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) |\delta Q_1|$ , mentre

quella fornita è ancora costituita dal lavoro  $|\delta L|$ . Il loro rapporto definisce l'efficienza di secondo principio per un ciclo a pompa di calore:

$$\varepsilon_{HP} = \frac{\text{exergia utilizzata}}{\text{exergia fornita}} = \frac{(1 - \frac{T_0}{T_1}) |\delta Q_1|}{|\delta L|}$$

direttamente interpretabile come rapporto tra il coefficiente di prestazione del ciclo in esame e quello massimo reversibile:

$$\varepsilon_{HP} = \frac{(1 - \frac{T_2}{T_1}) \delta Q_1}{\delta L} = \frac{\delta Q_1}{\delta L} \frac{1}{(\frac{T_1}{T_1 - T_2})} = \frac{(COP)_{HP, reale}}{(COP)_{HP, 0}} \quad (38)$$

L'efficienza di secondo principio di un ciclo inverso, frigorifero o pompa di calore, esprime dunque il rapporto tra il coefficiente di prestazione reale e quello reversibile ed assume in ogni caso valori compresi tra 0 ed 1, pienamente significativi per un confronto sulla qualità di diversi sistemi.

Si osservi tuttavia che in un sistema a pompa di calore, la cui funzione è quella di riscaldamento, il termine  $|\delta L|$  si ritrova sempre in effetto utile, per cui, volendo qualificare la macchina a ciclo inverso in termini di "qualità tecnologica" quantificata dal rendimento exergetico come macchina a ciclo inverso, sarebbe più opportuno passare sempre dalla definizione del rendimento  $(COP)_F$ , a parità di temperature di lavoro, in questa forma, che combina le equazioni (30) e (36):

$$(COP)_{HP, reale} = 1 + (COP)_{F, reale} = 1 + \varepsilon_F (COP)_{F, 0} = 1 + \varepsilon_F \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$$

Dove la qualità della macchina a ciclo inverso è univocamente caratterizzata dal valore di  $\varepsilon_F$

#### *Esempio 9 – Ciclo frigorifero semplice a compressine di vapore*

In un ciclo frigorifero semplice, che si svolge tra  $T_2 = 250 \text{ K}$  e la temperatura ambiente  $T_1 = T_0 = 300 \text{ K}$ , vengono prelevati a bassa temperatura  $\delta Q_2 = 120 \text{ kJ}$ , applicando un lavoro esterno netto  $|\delta L_{e,C}| = 40 \text{ kJ}$ .

Si determini l'efficienza di secondo principio e la perdita exergetica per irreversibilità.

-----

Per la definizione (30) si ha:  $(COP)_F = \frac{\delta Q_2}{|\delta L|} = \frac{120}{40} = 3$

Per il ciclo inverso di Carnot è:  $(COP)_{F, 0} = \frac{T_2}{T_0 - T_2} = \frac{250}{50} = 5$

Risulta dunque:

$$\varepsilon_F = \frac{(COP)_{F, reale}}{(COP)_{F, 0}} = \frac{3}{5} = 0.6$$

La perdita exergetica per irreversibilità è:

$$T_0 \Delta S_s = -\delta L + (1 - \frac{T_0}{T_1}) \delta Q_1 + (1 - \frac{T_0}{T_2}) \delta Q_2$$

e dunque (essendo  $T_1 = T_0$ ):

$$T_0 \delta S_s = 16 \text{ kJ}$$

#### *Esempio 10 Ciclo inverso a pompa di calore*

In un ciclo inverso a pompa di calore (per il riscaldamento termodinamico) che si svolge tra la temperatura ambiente  $T_2 = T_0 = 280 \text{ K}$  e la temperatura  $T_1 = 320 \text{ K}$ , vengono ottenuti  $|\delta Q_1| = 160 \text{ kJ}$  applicando un lavoro esterno netto  $|\delta L_{e,C}| = 40 \text{ kJ}$ .

Si determini l'efficienza di secondo principio del ciclo e la perdita exergetica per irreversibilità.

-----

Per definizione, il coefficiente di prestazione risulta:  $(COP)_{HP, reale} = \frac{Q_1}{\delta L} = \frac{160}{40} = 4$

Nell'ipotesi di reversibilità si avrebbe:  $(COP)_{HP,0} = \frac{T_1}{T_1 - T_0} = \frac{320}{40} = 8$

Il rendimento di II principio è dunque:

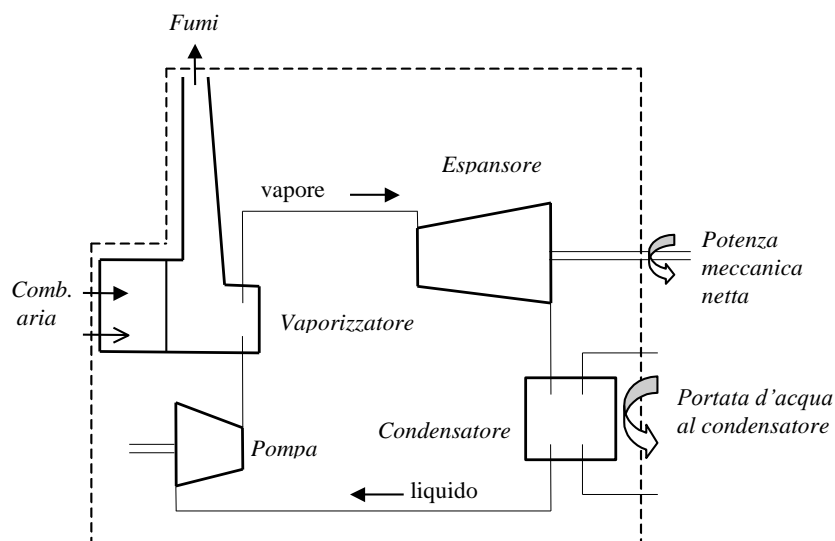
$$\varepsilon_{HP} = \frac{(COP)_{HP, reale}}{(COP)_{HP,0}} = 0.5$$

La perdita exergetica per irreversibilità è (posto  $T_2 = T_0$ ):

$$T_0 \delta S_s = -\delta L + \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) \delta Q_1 = 20 \text{ kJ}$$

#### *8.5. Efficienza exergetica di un ciclo motore a vapore*

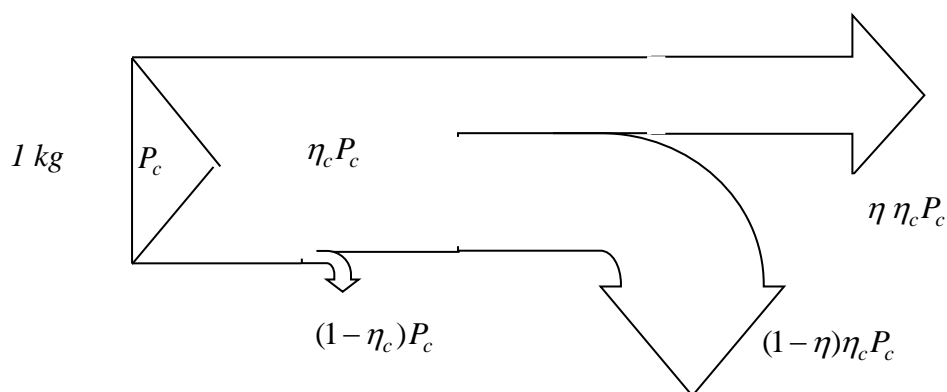
L'analisi svolta sul ciclo motore a vapore basata su aspetti relativi ai bilanci energetici e di massa considera l'ammontare delle energie trasferite piuttosto che la "qualità" delle stesse: una unità di energia meccanica prodotta viene ritenuta equivalente ad una unità di energia termica rilasciata a bassa temperatura al condensatore. Inoltre, il solo principio di conservazione dell'energia non consente di trarre alcun utile suggerimento in relazione al significato delle irreversibilità nei diversi componenti dell'impianto. Il metodo dell'analisi exergetica si basa sull'attribuire diverso valore agli scambi energetici in relazione alle condizioni termodinamiche in cui si attuano.



**Figura 9.** Schema semplificato di un impianto motore a vapore

In Fig. 9 è rappresentato lo schema elementare di un impianto motore a vapore in cui, bruciando del combustibile, si produce del vapore che espandendo rende disponibile potenza meccanica sull'asse della turbina. L'efficienza termica di tale sistema, definita come rapporto tra potenza meccanica prodotta e flusso termico liberato nel processo di combustione, fornisce valori comunemente compresi nell'intervallo 0.30-0.40, tenendo conto di un rendimento di combustione ( $\eta_c$ ) intorno a 0.9 e di valori della frazione utilizzata ( $\eta$ ) del ciclo termodinamico dell'ordine di 0.40.

L'analisi energetica dell'impianto può rappresentarsi semplicemente mediante il diagramma di flusso di Fig.10, che evidenzia come la maggior parte della potenza liberata dalla combustione di 1 kg di combustibile venga dispersa nell'ambiente, al condensatore.



**Figura 10.** Diagramma di flusso energetico di un impianto motore a vapore

Se si considera l'exergia dell'unità di massa di combustibile, una porzione di essa è restituita come lavoro netto, mentre la maggior parte è distrutta nel processo ovvero è trasferita all'esterno attraverso l'acqua di refrigerazione al condensatore, i fumi al camino, gli inevitabili disperdimenti termici.

Le irreversibilità presenti nei diversi processi del ciclo termodinamico distruggono la maggior parte dell'exergia entrante nel sistema come combustibile. Il componente che produce il maggior tasso di exergia distrutta per irreversibilità è il vaporizzatore, in cui si possono riconoscere operanti due sorgenti. Una è dovuta allo scambio termico tra i gas di combustione ad elevata temperatura ed il fluido di lavoro del ciclo a vapore che percorre i tubi del vaporizzatore. L'altra consiste nel processo stesso di combustione.

---

*Bilancio exergetico di un impianto motore a vapore*

---

Exergia uscente

- lavoro utile	35%
- perdite fumi al camino	1%
- perdite acqua di refrigerazione al condensatore	1%

Exergia distrutta

- vaporizzatore:	- combustione	25%
	- scambio termico gas di combustione/vapore	30%
- turbina		5%
- pompa		-
- condensatore		3%

(100%)

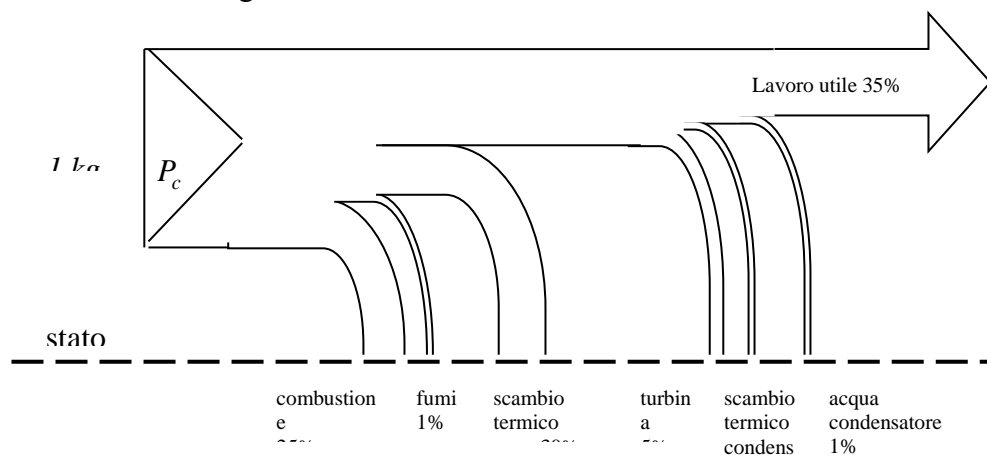
---

Il vaporizzatore si può infatti ritenere costituito da una unità di combustione, in cui combustibile ed aria reagiscono chimicamente per produrre i gas di combustione, e da uno scambiatore di calore dove il fluido di lavoro del ciclo vaporizza ricevendo calore dai gas (vedi esempio 6).

Una esemplificazione del bilancio exergetico di un impianto motore a vapore è riportata in tabella. Separatamente sono indicate le frazioni di exergia uscente (utilizzata e non) e di exergia distrutta, in rapporto all'exergia fornita, corrispondente ad 1 kg di combustibile. Nel caso considerato il 25% dell'exergia del combustibile è distrutta per irreversibilità nella combustione stessa, mentre l'1% esce con i fumi attraverso il camino. Resta disponibile per essere trasferito al fluido di lavoro il 74% dell'exergia entrante. Da questa quota parte deriva il lavoro meccanico della turbina, pari a circa il 35%.

La più larga parte dell'exergia entrante con il combustibile è dunque distrutta per irreversibilità, mentre è trascurabile l'exergia trasferita all'acqua di refrigerazione del condensatore, questo perché la temperatura a cui il calore è ceduto risulta assai prossima a quella dell'ambiente esterno.

Si ha così che mentre l'analisi energetica evidenzia una perdita di energia al condensatore rilevante, pari a circa i 2/3 dell'energia termica spesa per il processo, l'analisi exergetica porta alla conclusione che soltanto l'1% dell'exergia esce dal condensatore.



**Figura 11.** Diagramma di flusso exergetico di un impianto motore a vapore.

L'analisi exergetica consente di individuare i processi ed i componenti più critici in relazione alle irreversibilità e fornisce importanti indicazioni per migliorare l'efficienza dell'impianto.

### Esempio 11

Si consideri un impianto motore a vapore a semplice surriscaldamento, senza rigenerazione, caratterizzato da:

- stato 2, ingresso in turbina: 30 bar, 400 °C
- stato 3, uscita turbina: 0.075 bar, titolo 0.9
- stato 4, ingresso pompa: liquido saturo, 0.075 bar
- stato 1, ingresso generatore di vapore, coincidente con lo stato 4

Si effettuino l'analisi energetica ed exergetica assumendo trascurabile il lavoro della pompa, i disperdimenti termici e le variazioni di energia cinetica e potenziale nei vari componenti. Si ammetta infine che nel generatore di vapore il fluido di lavoro scambi calore con una sorgente alla temperatura  $T_{\text{sup}}$  di 1500 K.

----- soluzione -----

Dalle tabelle del vapore si ottiene:

$$\begin{array}{lll} h_1 = h_4 = 168.77 \text{ kJ / kg} & h_2 = 3232.5 \text{ kJ / kg} & h_3 = 2334.4 \text{ kJ / kg} \\ s_1 = s_4 = 0.5763 \text{ kJ / kgK} & s_2 = 6.9246 \text{ kJ / kgK} & s_3 = 7.4847 \text{ kJ / kgK} \end{array}$$

- Analisi energetica:

$$\begin{array}{ll} \text{calore fornito al fluido} & \delta q_1 = h_2 - h_1 = 3063.7 \text{ kJ / kg} \\ \text{lavoro esterno netto ottenuto} & \delta l_e = h_2 - h_3 = 898.15 \text{ kJ / kg} \\ \text{calore ceduto al condensatore} & |\delta q_2| = h_3 - h_4 = 2165.6 \text{ kJ / kg} \end{array}$$

$$\text{frazione utilizzata o efficienza termica} \quad \eta = \frac{\delta l_e}{\delta q_1} = 0.29$$

- Analisi exergetica:

$$\text{exergia fornita all'impianto:} \quad \delta q_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_{\text{sup}}}\right) = 2451.0 \text{ kJ / kg}$$

exergia fornita al fluido di lavoro:

$$ex_{f,2} - ex_{f,1} = (h_2 - h_1) - T_0 (s_2 - s_1) = 1159.2 \text{ kJ / kg}$$

exergia distrutta nel processo di scambio termico nel generatore di vapore:

$$1291.8 \text{ kJ / kg}$$

$$\text{exergia utilizzata (lavoro esterno netto ottenuto)} \quad \delta l_e = h_2 - h_3 = 898.15 \text{ kJ / kg}$$



efficienza exergetica del ciclo termodinamico:  $\varepsilon_{ciclo} = \frac{\delta l_e}{ex_{f,2} - ex_{f,1}} = 0.77$

efficienza exergetica dell'impianto:  $\varepsilon_{impianto} = \frac{\delta l_e}{\delta q_1 (1 - \frac{T_0}{T_{sup}})} = 0.37$

exergia distrutta in turbina:

$$T_0 \delta s_{s,T} = -\delta l_e - (ex_{f,3} - ex_{f,2}) = T_0 (s_3 - s_2) = 168.03 \text{ kJ/kg}$$

exergia distrutta nel condensatore:

$$T_0 \delta s_{s,COND} = ex_{f,3} - ex_{f,4} = (h_3 - h_4) - T_0 (s_3 - s_4) = 93.06 \text{ kJ/kg}$$

bilancio exergetico:  $exergia \text{ entrante} - exergia \text{ uscente} = \Sigma exergia \text{ distrutta}$

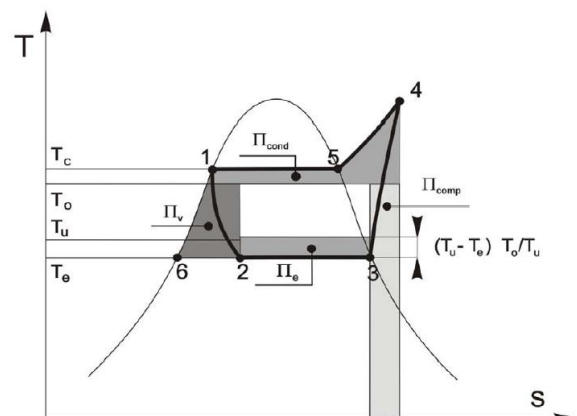
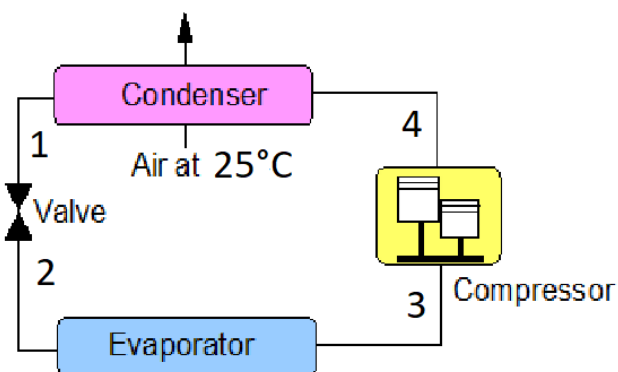
Il bilancio energetico mostra che 2165.6 kJ/kg, pari al 71% della totale energia termica fornita al sistema, vengono dispersi al condensatore. Ciò può far ritenere che la principale causa di inefficienza del sistema risieda nel condensatore.

L'analisi exergetica o di secondo principio mostra invece che le irreversibilità al condensatore danno luogo ad una distruzione di exergia pari soltanto del 3.8% del totale. La principale causa di imperfezione termodinamica viene evidenziata nel processo di apporto di energia termica al sistema con una distruzione di exergia pari al 52.7% della totale exergia fornita. Su questo aspetto occorre operare per aumentare l'efficienza exergetica, ma anche quella energetica.

### 8.5. Efficienza exergetica di un ciclo inverso a compressione di vapore

Un impianto frigorifero a compressione di vapore opera in un ambiente a  $T_0=25^\circ\text{C}$  dovendo mantenere una cella frigorifera alla temperatura  $T_{cella}=-10^\circ\text{C}$ , con potenza frigorifera media nominale  $\dot{Q}_2 = 1 \text{ kW}_F$ .

Supponendo di utilizzare un ciclo standard a 4 componenti con  $\eta_c=0.65$  e  $\Delta T=10^\circ\text{C}$  agli scambiatori di calore, calcolare  $\text{COP}_F$ , la portata di fluido refrigerante  $\dot{M}_f$ , la potenza del compressore, il rendimento di secondo principio, il rendimento exergetico. Riportare in particolare le % di perdite exergetiche associate al funzionamento di ciascun componente (Hp condizione stazionaria).



## Utilizzo fluido R134a

Titolo  $x_3=1$  (vapore saturo secco) ;  $x_1=0$  (liquido saturo);  $T_1=T_0+\Delta T=35^\circ\text{C}$  ;  $T_2=T_{\text{cella}}-\Delta T= -20^\circ\text{C}$

	t(°C)	p(bar)	h(kJ/kg)	s(kJ/kg K)	x	Den kg/m3)	Exf (kJ/kg)
1	35,000	8,8698	249,01	1,1670	0,00000	1167,5	43,201
2	-20,001	1,3273	249,01	1,1980	0,35401	18,991	33,966
3	-20,000	1,3273	386,55	1,7413	1,0000	6,7845	9,5168
4iso	43,252	8,8698	426,09	1,7413	Superheated	41,170	49,060
4	63,903	8,8698	447,50	1,8069	Superheated	36,897	50,923

$$\text{COPF}=(h_3-h_2)/(h_4-h_3)=2,25$$

$$\text{COPF}_{\text{max}}=4,6 \text{ (7,3)}$$

Csi=0,5 (0,3) in parenthesis i valori che includono le irreversibilità di scambio termico (esterne al ciclo)

Bilancio exergetico:

$$\left(1-\frac{T_0}{T_1}\right) \dot{Q}_1 + \left(1-\frac{T_0}{T_2}\right) \dot{Q}_2 - \delta \dot{L} - T_0 \dot{S}_s = 0$$

$$\delta Q_1 < 0; \delta Q_2 > 0; \delta L < 0$$

$$\varepsilon_F = \frac{\text{exergia (uscente + utilizzata)}}{\text{exergia fornita}} = \frac{\left(1-\frac{T_0}{T_1}\right) |\delta q_1| + \left(1-\frac{T_0}{T_2}\right) \delta q_2}{|\delta l|}$$