

## Capitolo 1 – Brevi richiami e complementi sulla fissione nucleare

La reazione nucleare di fissione è alla base del funzionamento dei reattori nucleari a fissione. Riassumendo, i nuclei con  $Z$  pari ed  $A$  dispari (pari-dispari), divenuti pari-pari in seguito alla cattura di un neutrone (fig. 1.1A), per effetto della sottrazione del termine  $\delta$  della formula di Weizsäcker divengono instabili (fig. 1.1B) e, dopo varie oscillazioni (fig. 1.1C), si dividono in due (o più) parti con rilascio di energia (fig. 1.1E).

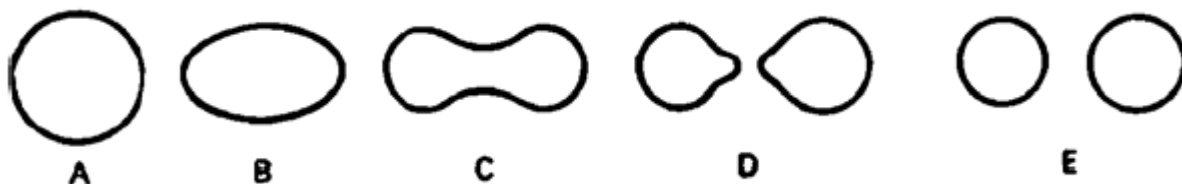


Figura 1.1 – Il processo di fissione

I frammenti di fissione possono essere nuclei di qualsiasi tipo entro un ampio intervallo di numeri di massa. La distribuzione statistica di tali prodotti per i tre nuclei fissili più importanti ( $U^{235}$ ,  $Pu^{239}$ ,  $U^{233}$ ) è riportata nelle fig. 1.2 e 1.3.

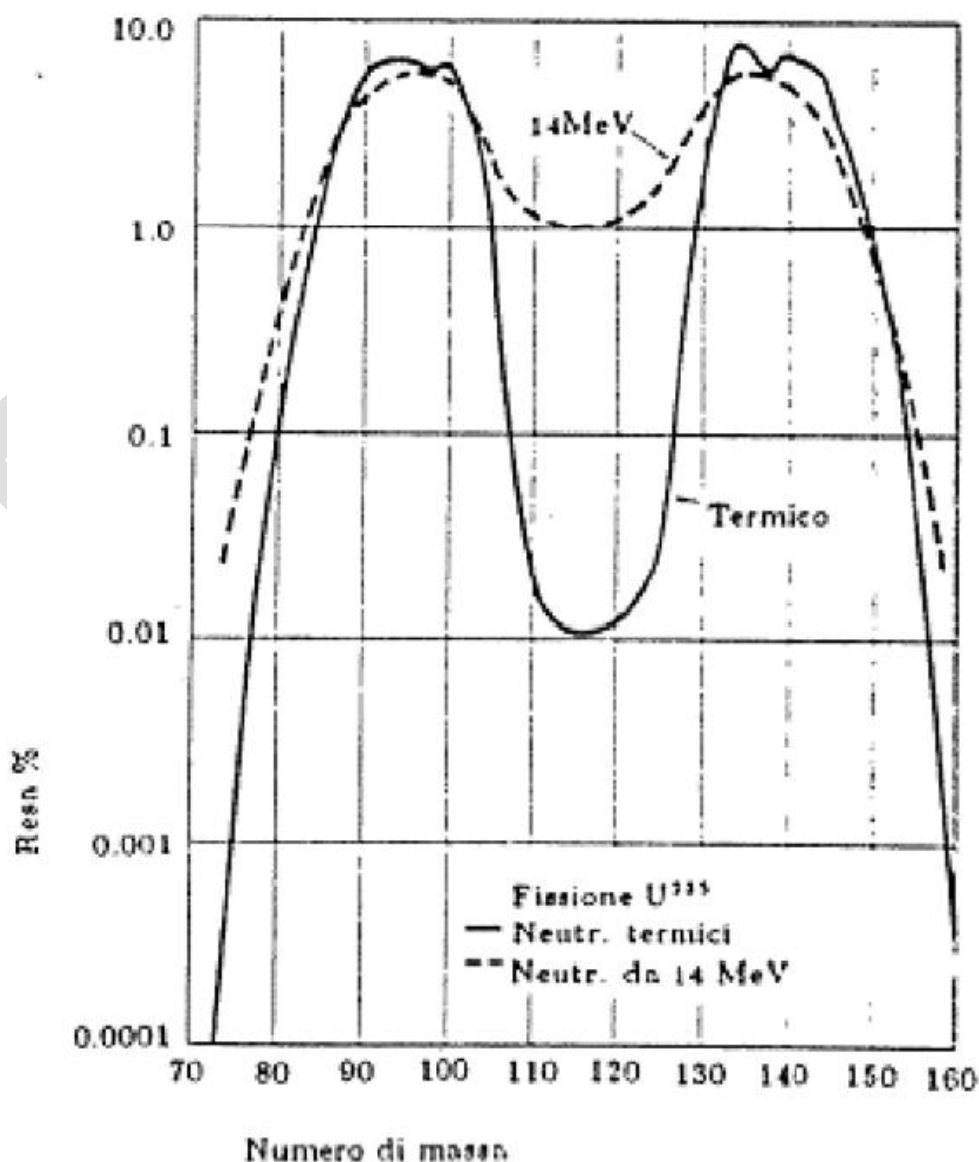


Figura 1.2 – Distribuzione in massa dei prodotti di fissione per l' $U^{235}$

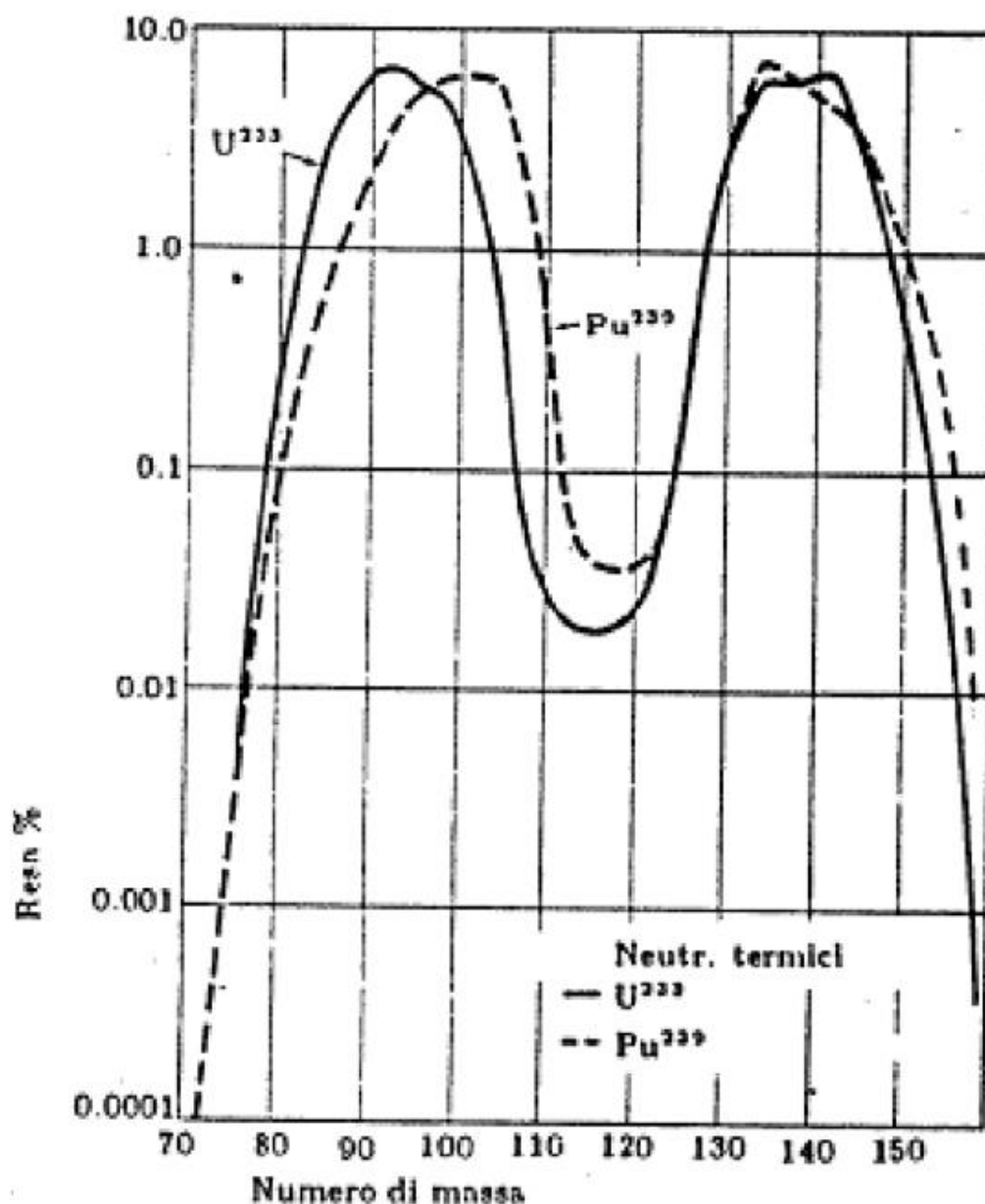


Figura 1.3 – Distribuzione in massa dei prodotti di fissione per l' $U^{233}$  e per il  $Pu^{239}$

In particolare si tiene a far notare che la maggior parte di questa energia è dovuta alla repulsione elettrostatica dei frammenti di fissione tutti carichi di energia positiva. Essa viene rilasciata praticamente nel punto in cui viene generata.

Da questa reazione in media vengono emessi circa 2.5 neutroni (tab. 1.1) ed una energia pari a circa 200 MeV (tab. 1.2).

Energia del neutrone	$U^{233}$		$U^{235}$		$U^{238}$		$U^{239}$	
	$\nu$	$\eta$	$\nu$	$\eta$	$\nu$	$\eta$	$\nu$	$\eta$
Termica	2.51	2.28	2.43	2.07	-	-	2.89	2.11
1 MeV	2.62	2.54	2.58	2.38	-	-	3.00	2.92
2 MeV	2.73	2.57	2.70	2.54	2.69	2.46	3.11	2.99

Tabella 1.1 – Neutroni prodotti per fissione ( $\nu$ ) e per ogni neutrone termico comunque assorbito ( $\eta$ )

	$U^{235}$	$Pu^{239}$	$Pu^{241}$
<b>Energia istantanea</b>			
Energia cinetica dei frammenti di fissione	169	175	177
Energia raggi gamma	8	8	8
Energia cinetica neutroni	5	6	6
<i>Totale</i>	182	189	191
<b>Energia ritardata</b>			
$\beta$ dai prodotti di fissione	8	8	9
$\gamma$ dai prodotti di fissione	7	6	7
$\gamma$ da cattura di neutroni	7	10	10
<i>Totale</i>	22	24	26
<b>Totale</b>	<b>204</b>	<b>213</b>	<b>217</b>

Tabella 1.2 – Distribuzione tipica dell'energia di fissione (MeV/fissione)

Va tenuto in conto il fatto che, di tutta l'energia cinetica dei prodotti del processo di fissione, circa 5÷10 MeV sono persi sotto forma di neutrini (particelle senza carica e praticamente senza massa). Poiché i neutroni emessi da una fissione sono più di uno, questa reazione può autosostenersi divenendo a catena.

Per ciò che concerne le energie tipiche dei neutroni presenti in un reattore nucleare, questi possiedono un'energia cinetica il cui valore medio è dell'ordine del MeV pari ad un'elevata velocità (quasi 1/10 di quella della luce). Questi neutroni diffondendosi nel core hanno una probabilità di urtare in modo elastico e/o anelastico con altri nuclei di materiali presenti nel core del reattore, cedendo loro una parte della loro energia cinetica e pertanto nel nocciolo del reattore si ha la presenza di neutroni con energia cinetica dal MeV fino a qualche eV. I neutroni in un mezzo moltiplicante possono essere semplicemente classificati in tre grandi gruppi energetici, sulla base del livello della loro energia cinetica: *veloci*, *epitermici* e *termici* (tab. 1.3). In questo ultimo gruppo i neutroni possiedono un'energia cinetica bassa paragonabile a quella dovuta all'agitazione termica dei nuclei con cui collidono (~0.025 eV) e quindi sono (relativamente) lenti. Un'analoga classificazione, sulla base della classe energetica dei neutroni principalmente coinvolta nei processi di fissione, è applicabile anche per i reattori stessi. Questa suddivisione, benché largamente diffusa, è puramente indicativa, in quanto le soglie fra un gruppo ed un altro non sono univocamente definite e, soprattutto, perché, in sede di calcoli più dettagliati (necessari nei casi reali), tale suddivisione deve essere ulteriormente raffinata in ben più numerosi livelli energetici.

<b>Neutroni</b>	<b>Energia [eV]</b>
Veloci	0.001 ÷ 18 [MeV]
Intermedi od epitermici	10. ÷ 1000.
Lenti o termici	0.02 ÷ 10.

Tabella 1.3 – Classificazione (di massima) dei neutroni sulla base dell'energia

Ma perché alcuni nuclidi (detti *fissionabili*) possono essere fissionati solo da neutroni veloci mentre altri (detti *fissili*) anche da neutroni a più bassa energia? L'energia critica per la fissione può essere anche spiegata con l'ausilio della curva dell'energia potenziale riportata in fig. 1.4.

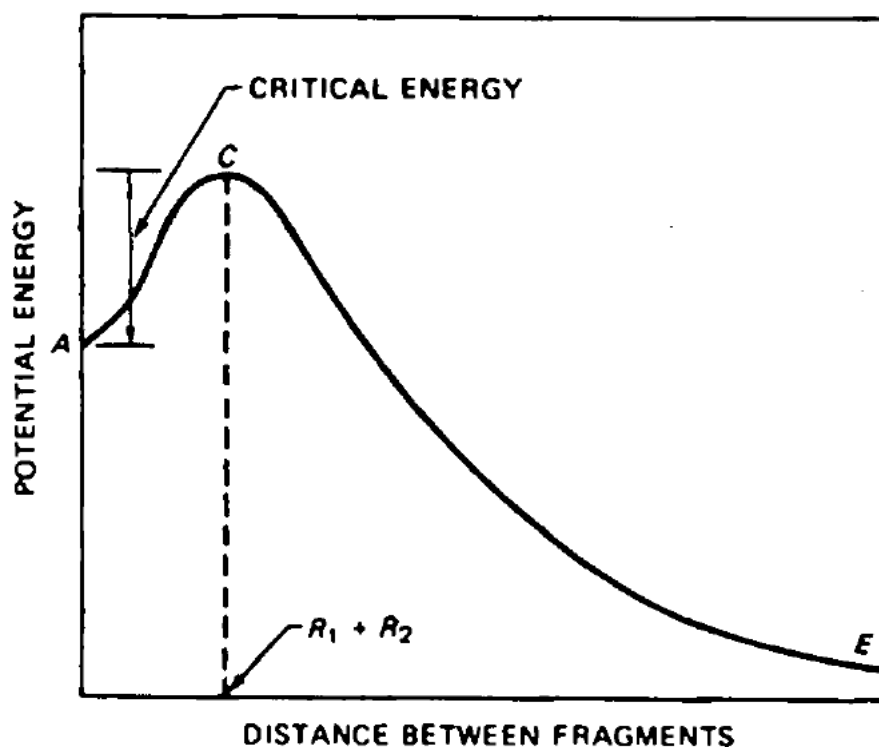


Figura 1.4 – Energia critica di fissione

All'estrema destra (punto E) i due frammenti di fissione sono supposti completamente separati e quindi l'energia potenziale del sistema è virtualmente nulla. Se questi nuclei vengono avvicinati, la loro energia potenziale aumenta a causa della repulsione elettrostatica dovuta alla loro carica positiva. Al punto di contatto C, le forze attrattive diventano dominanti e l'energia potenziale diminuisce verso A, che può essere considerato rappresentativo del livello non eccitato del nucleo composto formato dal nucleo fissile più il neutrone catturato. Affinché la fissione possa essere possibile, cioè il sistema possa passare dallo stato A allo stato E, il nucleo composto deve guadagnare un'energia sufficiente per passare allo stato eccitato C. La differenza fra C ed A rappresenta quindi l'energia critica (energia di attivazione) per la reazione di fissione. Questa energia critica, oltre che calcolata sulla base di modelli teorici (e.g. fissione a goccia), può essere determinata sperimentalmente sulla base dell'energia minima dei fotoni capaci di generare una fissione per una data specie. Questi valori sono riportati, per alcuni nuclidi di interesse, in tab. 1.4 insieme all'energia di legame per il singolo nucleone. Considerando, per esempio, l' $U^{235}$  si nota come l'energia di legame nel nucleo composto  $U^{236}$  sia pari a 6.4 MeV e quindi maggiore dell'energia critica pari a 4.0 MeV (così come per l' $U^{233}$  ed il  $Pu^{239}$ ). Per questi isotopi quindi la cattura di un neutrone avente anche energia cinetica nulla è sufficiente a fornire un'energia di eccitazione al nucleo composto tale da provocare fissione. Questa è la ragione per cui questi isotopi sono fissionabili con neutroni di qualsiasi energia e sono quindi definiti fissili. Al contrario, per gli isotopi  $Th^{232}$  ed  $U^{238}$ , la situazione per le due energie è inversa e quindi il neutrone incidente, per avere una probabilità di causare fissione, deve possedere una significativa energia cinetica. La situazione descritta in tab. 1.4 è però solamente indicativa in quanto, ad esempio per l' $U^{238}$ , la soglia teorica di energia di fissione veloce è 0.6 MeV mentre sperimentalmente si ha, di fatto, un valore maggiore pari a 1.1 MeV.

Nucleo Bersaglio	$Z^2 / A$	Energia Critica [MeV]	Energia di legame per singolo nucleone [MeV]
Th <sup>232</sup>	34.9	6.5	5.1
U <sup>238</sup>	35.6	5.5	4.9
U <sup>235</sup>	36.0	5.3	6.4
U <sup>233</sup>	36.4	4.6	6.6
Pu <sup>239</sup>	37.0	4.0	6.4

Tabella 1.4 – Energia critica di fissione per isotopi fissili e fissionabili

Sulla base di quanto riportato finora, appare quindi chiaro che l'equazione fondamentale su cui si basa il funzionamento di un reattore nucleare a fissione è il bilancio dei neutroni. Come già detto, la fissione di un nucleo è dovuta ad un neutrone e da esso ne nascono altri in quantità  $\nu$  che dipende dal tipo di nucleo che viene fissionato. I neutroni prodotti dalla fissione a loro volta generano altre fissioni dando origine alla già citata reazione a catena. Va però notato che ciò non vale per tutti i neutroni: alcuni sfuggono dal sistema ed altri vengono assorbiti da altri nuclei senza dare origine a fissioni. È quindi necessaria una quantità minima di materiale fissile per mantenere la reazione a catena: essa viene detta *massa critica*. L'uranio naturale da solo (senza cioè la presenza di un adeguato materiale che rallenti i neutroni fino alle energie termiche), poiché contiene solo lo 0.72% di U<sup>235</sup>, non può mai raggiungere la condizione di criticità, in quanto i neutroni prodotti dalla fissione dell'U<sup>235</sup> verrebbero quasi totalmente catturati dall'U<sup>238</sup> presenti in un numero elevato; inoltre la probabilità che essi hanno di essere catturati dall'U<sup>238</sup> è elevata per le energie epitermiche. Questa impossibilità può essere vista analizzando i valori assunti dalle sezioni d'urto dell'uranio naturale e dei suoi principali isotopi a diverse energie (tab. 1.5).

Neutroni	Sezioni d'urto	U <sup>235</sup> [barns]	U <sup>238</sup> [barns]	U <sup>nat</sup> [barns]
Veloci (~1 MeV)	$\sigma_{S^{el}}$	3.9	5.04	5.06
	$\sigma_{S^{an}}$	1.4	1.61	1.61
	$\sigma_C$	0.093	0.14	0.14
	$\sigma_f$	1.2	0.018	0.026
Termici (~0.025 eV)	$\sigma_S$	6.04	8.23	8.45
	$\sigma_C$	112.12	2.71	3.47
	$\sigma_f$	582.5	0.0	4.16

Tabella 1.5 – Sezioni d'urto microscopiche

In definitiva il bilancio neutronico per fissione può essere espresso dalla seguente formula:

$$\nu = N_f + N_c + N_F$$

dove:

- $\nu$  è il numero di neutroni prodotti in media per fissione
- $N_f$  è il numero di neutroni assorbiti dai nuclei che producono altre fissioni
- $N_c$  il numero dei neutroni assorbiti dai materiali interni al reattore senza che avvenga fissione
- $N_F$  il numero dei neutroni che sfuggono dal sistema

Affinché il processo di fissione non si esaurisca occorre che il termine  $N_f$  dell'equazione del bilancio neutronico risulti maggiore o uguale ad uno.

Ad esempio nella fissione di un nucleo di  $U^{235}$  si producono 2 o 3 neutroni con una media di 2.43 neutroni sulle diverse reazioni di fissioni possibili. Per ogni neutrone assorbito dall' $U^{235}$  si producono in realtà solo 2.07 neutroni potenzialmente “utili”, in quanto 0.36 neutroni vengono in media assorbiti senza produrre fissione. Per l'uranio naturale, costituito principalmente da  $U^{238}$  (~99.25%), il numero dei neutroni prodotti dalla fissione per ogni neutrone assorbito è di 1.34 in quanto una più elevata frazione di questi ultimi viene catturata dai nuclei di  $U^{238}$  (presenti in maggiore quantità) senza produrre fissione. Come già anticipato, i neutroni non vengono solo assorbiti dall'uranio ma vengono catturati anche da altri materiali presenti nel reattore aumentando così il termine  $N_c$  dell'equazione di bilancio riducendo quindi il numero dei neutroni utilizzati per la fissione.

Si deve quindi limitare la scelta dei materiali a quelli costituiti da nuclei che abbiano una bassa probabilità di cattura per i neutroni. Questa condizione pone in generale vincoli assai severi nella progettazione dei reattori nucleari, soprattutto se la parte attiva del combustibile (materiale *fissile*) è costituito da uranio naturale, in cui è basso il numero  $\nu$  di neutroni prodotti dalla fissione di  $U^{235}$  e disponibili per la reazione a catena; anche per questo la maggior parte degli attuali reattori impiega uranio arricchito (cioè uranio in cui viene artificialmente aumentata la percentuale di  $U^{235}$  rispetto a quella naturale dallo 0.72% a percentuali maggiori del 3%).

In generale, i principali isotopi “pesanti” che costituiscono il combustibile sono:  $U^{233}$ ,  $U^{235}$ ,  $Pu^{239}$ ,  $U^{238}$  e  $Th^{232}$ . Come già anticipato, solo i primi tre ( $U^{233}$ ,  $U^{235}$  e  $Pu^{239}$ ) sono detti fissili in quanto possono dare fissione con neutroni di tutte le energie (cioè possono dar luogo in particolare ad una reazione di fissione in seguito all'interazione con un neutrone termico); inoltre per questi 3 nuclidi la probabilità di avere fissione con i neutroni termici risulta più elevata ed anzi cresce in modo inversamente proporzionale alla velocità dei neutroni. Va altresì notato che in natura oltre ai nuclei fissili, esistono anche i nuclei *fertili*, che possono diventare a loro volta fissili in seguito alla cattura di un neutrone (*fertilizzazione*). Ad esempio i nuclei fertili  $Th^{232}$  e  $U^{238}$  possono dare origine alla fissione purché i neutroni possiedano un'energia cinetica maggiore di 1.25 MeV (come già anticipato, sono quindi anche detti fissionabili) ma, poiché i neutroni perdono rapidamente l'energia cinetica posseduta dopo la fissione, per questi isotopi è, di fatto, molto ridotta la probabilità essere fissionati. Quindi se mescolati con combustibile fissile danno un contributo marginale al numero delle fissioni, mentre data la loro elevata probabilità di catturare dei neutroni, si trasformano in materiale fissile, ed in particolare il  $Th^{232}$  in  $U^{233}$  e l' $U^{238}$  in  $Pu^{239}$ . Tali nuclidi sono alla base del funzionamento dei reattori veloci autofertilizzanti (che cioè producono una quantità di fissile maggiore od uguale a quella consumata durante il loro funzionamento) e risultano comunque indispensabili anche per il corretto funzionamento dei normali reattori a spettro termico (per esempio in un normale reattore termico moderato e refrigerato ad acqua leggera, la quantità di energia emessa in seguito alla fissione del  $Pu^{239}$  prodottosi dalla fertilizzazione dell' $U^{238}$  è dello stesso ordine di grandezza di quella emessa in seguito alla fissione dell' $U^{235}$  originariamente presente).

Va osservato che il numero dei neutroni che escono dal sistema entro cui avvengono le reazioni di fissione (core o nocciolo) cresce al diminuire delle sue dimensioni geometriche e della massa contenuta nel sistema e cioè diminuisce il rapporto tra la superficie ed il volume, tale

diminuzione comporta la diminuzione della produzione di neutroni. Pertanto per ogni combinazione di diversi materiali, inclusi il tipo di fissile, con il quale si voglia realizzare il core, esistono dimensioni geometriche minime del sistema al di sotto delle quali la reazione a catena non si autosostiene; questa dimensione è detta volume critico. In generale esistono limiti alle dimensioni ed alla massa minime per ottenere un sistema critico: nell'ambito della neutronica (la disciplina che studia il comportamento dei neutroni all'interno di sistemi moltiplicanti) si fa riferimento a tali valori mediante due parametri, detti rispettivamente buckling geometrico (misura dei neutroni sfuggiti dai confini del sistema, proporzionale a  $N_f$ ) e buckling materiale (misura della differenza fra i neutroni prodotti e quelli assorbiti dal materiale, proporzionale a  $[v \cdot N_f - N_c]$ ).

Dall'equazione del bilancio neutronico si è definito  $N_f$  come il numero dei neutroni assorbiti dai materiali fissili del core che producono ulteriori fissioni e da ciò deriva che se per un determinato sistema  $N_f$  è diverso da uno la reazione di fissione non è stazionaria e cioè si "spegne" quando  $N_f$  è minore di uno mentre diverge (i.e. cresce progressivamente) quando  $N_f$  è maggiore di uno.

Per la pratica applicazione, si definisce più comunemente un fattore di moltiplicazione  $k$  che rappresenta il rapporto fra i neutroni di una generazione  $i$ -esima ( $n^{(i)}$ ) rispetto a quelli della generazione precedente ( $n^{(i-1)}$ ). Tale fattore è numericamente pari al valore di  $N_f$  e si definisce come

$$k = \frac{n^{(i)}}{n^{(i-1)}}$$

Se la struttura avesse dimensioni infinite chiaramente non si avrebbero perdite di neutroni per effetto delle fughe. In tal caso  $k$  viene chiamato *fattore di moltiplicazione infinito*  $k_\infty$  e con tale parametro si caratterizza una determinata struttura moltiplicante per quanto riguarda la composizione e la disposizione dei materiali contenuti, cioè prescindendo dalle sue dimensioni finite.

Al fine di caratterizzare semplici strutture, è utile definire il valore di  $k_\infty$  per mezzo della cosiddetta *formula dei quattro fattori*; in questo caso

$$k_\infty = \epsilon p f \eta$$

dove

- $\epsilon$  è un fattore di moltiplicazione dei neutroni che tiene conto della presenza delle fissioni veloci
- $p$  è la probabilità del neutrone di sfuggire alle risonanze dell' $^{238}\text{U}$  (cioè i picchi delle sezioni d'urto di assorbimento che i neutroni incontrano durante il processo di rallentamento alle energie termiche o *termalizzazione*)
- $f$  è il fattore di utilizzazione termica, cioè la frazione di neutroni termici assorbiti dal combustibile rispetto a quelli assorbiti in tutti i materiali (combustibile compreso)
- $\eta$  è il fattore di fissione termico, cioè il numero di neutroni prodotti per ogni neutrone termico assorbito nel combustibile

Per un reattore reale per il quale le dimensioni sono finite si parla invece di  $k_{\text{eff}}$ , ottenendo (*formula dei sei fattori*):

$$k_{\text{eff}} = k_\infty \cdot P_{\text{nf}} = \epsilon p f \eta P_{\text{nf}}^t P_{\text{nf}}^v$$

dove il termine aggiuntivo  $P_{nf}$  rappresenta la probabilità di non fuga del neutrone dal reattore (rispettivamente nello spettro veloce e termico a seconda dell'apice  $v$  o  $t$ ).

Poiché la quantificazione dei fattori della precedente relazione è di difficile realizzazione pratica, per il calcolo reale della distribuzione nel tempo e nello spazio del numero di neutroni bisogna di norma ricorrere ad un bilancio in forma integrale:

$$\int_V \frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} dV = \left( \begin{array}{c} \text{neutroni prodotti} \\ \text{in } V \text{ dalle sorgenti} \\ \text{nell' unità di tempo} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{neutroni assorbiti} \\ \text{in } V \text{ dal materiale} \\ \text{nell' unità di tempo} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} \text{neutroni che sfuggono} \\ \text{dalla frontiera di } V \\ \text{nell' unità di tempo} \end{array} \right)$$

Sviluppando in termini vettoriali i singoli termini della precedente equazione, si arriva all'*equazione del trasporto*, che, se risolta, fornirebbe la corretta distribuzione spazio-temporale dei neutroni. Nell'ipotesi di neutroni mono-energetici tale equazione assume la forma:

$$S(\vec{r}, t) - \Sigma_a(\vec{r})\Phi(\vec{r}, t) - \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) = \frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t}$$

Purtroppo la soluzione (anche numerica) di tale equazione è, di fatto, piuttosto complessa per un reattore reale nel suo insieme (soprattutto se si tiene conto anche della dipendenza energetica).

Un modo comunemente adottato di procedere consiste nell'applicare tale equazione su celle elementari (preservando i tassi di reazione), ottenendo delle costanti omogeneizzate che vengono poi utilizzate nel calcolo che viene effettuato sull'intero reattore per mezzo dell'*equazione della diffusione*:

$$\begin{aligned} \frac{1}{V} \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} &= \text{div}[D(\vec{r}) \text{grad} \phi(\vec{r}, t)] - \Sigma_a \phi(\vec{r}, t) + S(\vec{r}, t) = \\ &= \vec{\nabla} \cdot [D(\vec{r}) \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, t)] - \Sigma_a \phi(\vec{r}, t) + S(\vec{r}, t) \end{aligned}$$

Questa costituisce una semplificazione della precedente equazione (esatta) del trasporto ottenuta nell'ipotesi di poter esprimere la corrente neutronica per mezzo di una equazione diffusiva (legge di Fick).

Un modo alternativo di procedere (oggi possibile anche grazie all'aumento delle potenzialità dei calcolatori) è basato su di un approccio statistico di tipo Monte Carlo.

In pratica anche il valore del  $k_{eff}$  durante il normale funzionamento a regime del reattore, in assenza delle barre di controllo, deve avere un valore leggermente superiore ad uno: ciò permette di avere un certo margine sia per il controllo della sua potenza sia per fronteggiare le variazioni di composizione che il combustibile subisce durante il funzionamento. Durante tale funzionamento, infatti, almeno una parte delle barre è parzialmente inserita (e/o si ottiene un analogo effetto mediante sistemi di regolazione alternativi come il controllo chimico con sali di boro) in modo da rendere unitario il  $k_{eff}$ . Le variazioni di quest'ultimo parametro sono causate principalmente da tre fenomeni che si verificano entro il core, in particolare:

- Il consumo dei nuclei di materiale fissile con conseguente diminuzione del  $k_{eff}$
- L'accumulo dei prodotti di fissione che, facendo aumentare le catture dei neutroni, causano anche essi una diminuzione della reattività
- La produzione di nuclei di materiale fissile per trasmutazione dei nuclei di materiale fertile che invece comportano un aumento del  $k_{eff}$



I primi due effetti sono generalmente predominanti sul terzo e ciò obbliga, come già detto, ad avere a disposizione inizialmente, al momento dell'avvio del reattore, un eccesso di reattività.

Il valore di  $k$  è normalmente riferito ad un nocciolo funzionante a piena potenza, ma il suo valore e la corrispondente reattività variano anche con il livello di potenza per le conseguenti variazioni di temperatura e densità dei materiali costituenti il nocciolo ad inizio vita. Inoltre va rilevato che, a potenza del reattore nulla e moderatore freddo, la differenza di reattività rispetto al reattore funzionante a piena potenza (e quindi alla temperatura nominale) può essere sensibile. Come già anticipato, l'eccesso di reattività deve essere ovviamente compensato in ogni istante di funzionamento stazionario, in modo da avere un valore della reattività effettiva uguale ad uno. Come già detto, tale compensazione viene effettuata mediante opportuni organi di controllo; le problematiche connesse con il controllo dei reattori nucleari verranno trattate nei successivi capitoli. Nella progettazione di un reattore nucleare è quindi necessario prevedere un sufficiente margine positivo di reattività iniziale (fig. 1.5) che compensi:

- La variazione della reattività (circa il 2%) conseguente alla variazione della temperatura del sistema moltiplicante (moderatore), cioè il passaggio da reattore freddo (punto A, fig. 1.5) a reattore caldo (punto B, fig. 1.5)
- La variazione della reattività (circa il 2%) conseguente alla variazione della temperatura del combustibile, cioè il passaggio da reattore caldo (punto B, fig. 1.5) a reattore caldo a piena potenza (punto C, fig. 1.5)
- La diminuzione della reattività (circa il 5%, di cui  $\sim 4\%$  legato allo Xe e  $\sim 1\%$  al Sm) conseguente all'accumulo dei prodotti di fissione saturabili (dal punto C al punto D, fig. 1.5)
- La diminuzione della reattività (dell'ordine del 1% per ogni GWd/t) conseguente all'accumulo dei prodotti di fissione non saturabili ed alla variazione di concentrazione, distribuzione e tipologia di fissile (dal punto D al punto E, fig. 1.5)

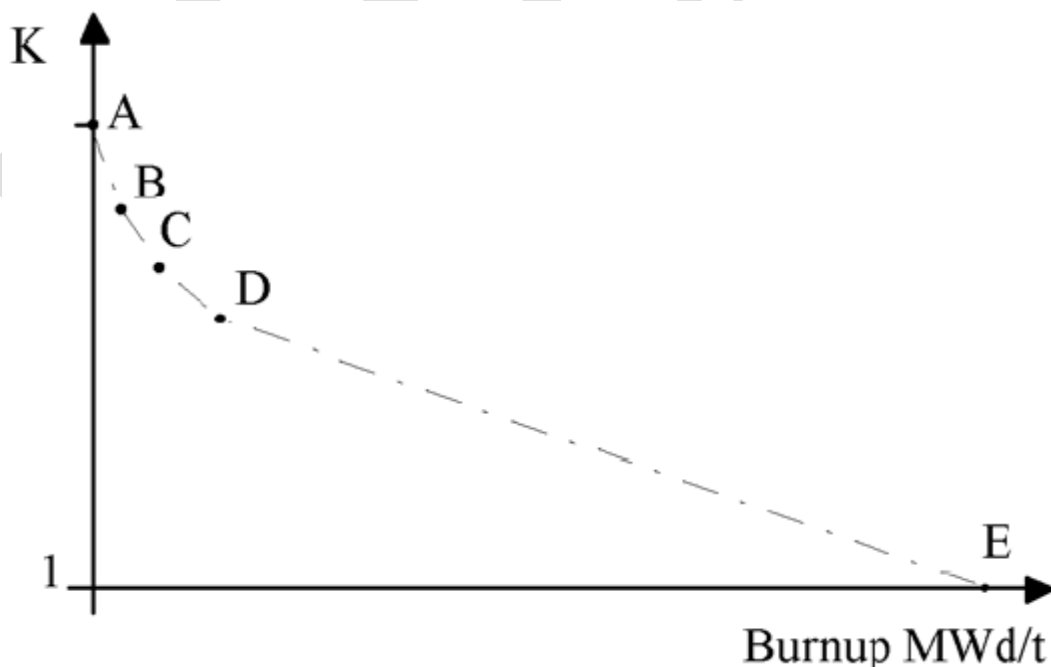


Figura 1.5 – Fattore di moltiplicazione in funzione del burnup