

Criterio Integrale

$f \in C((0, +\infty))$ (ossia continua), $f(x) > 0$, e decescente

Allora:

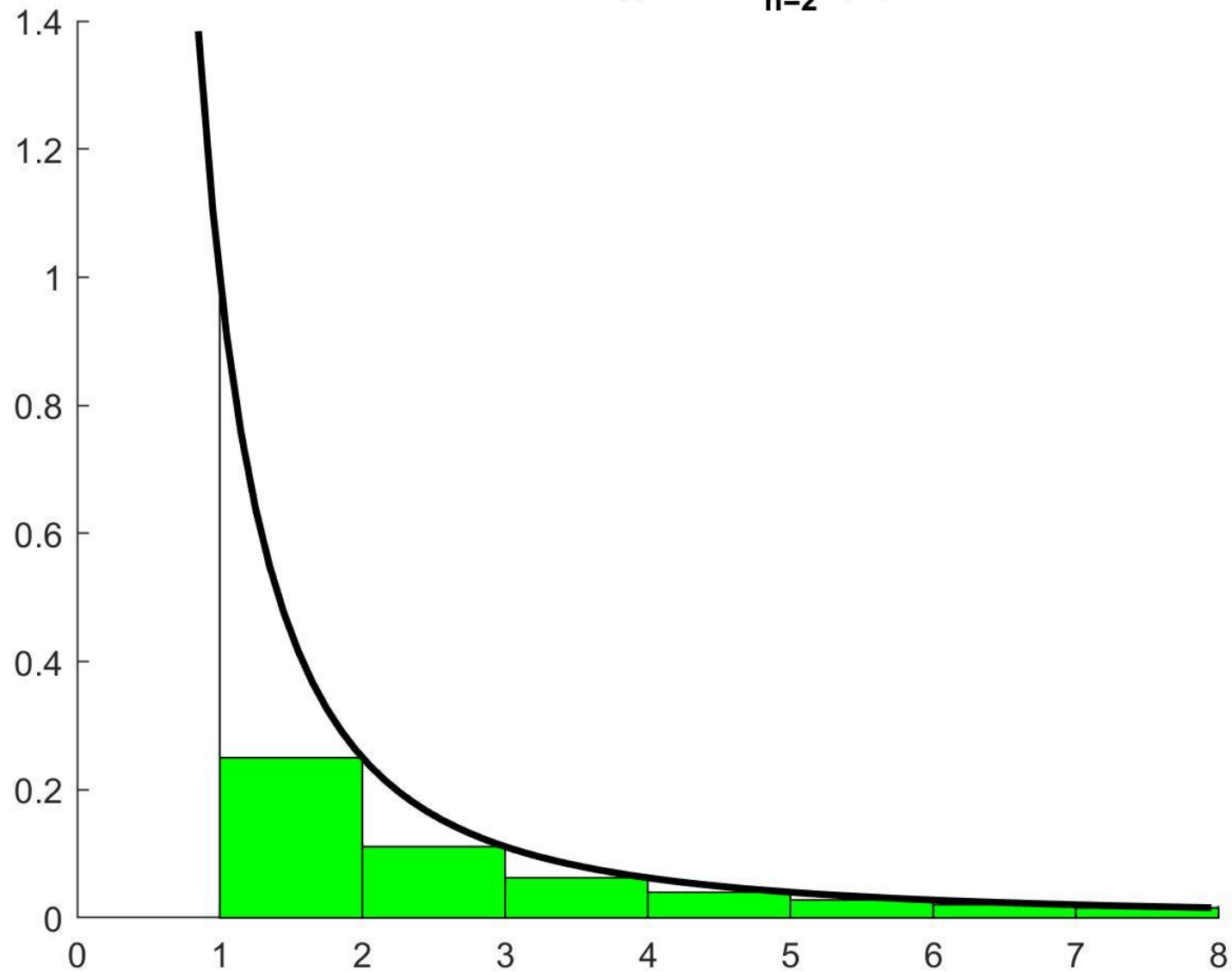
$\sum_{n=1}^{+\infty} f(n)$ è convergente $\iff \int_1^{+\infty} f(x)dx$ è convergente

Inoltre valgono le disuguaglianze seguenti, per ogni $p \in \mathbb{N}$:

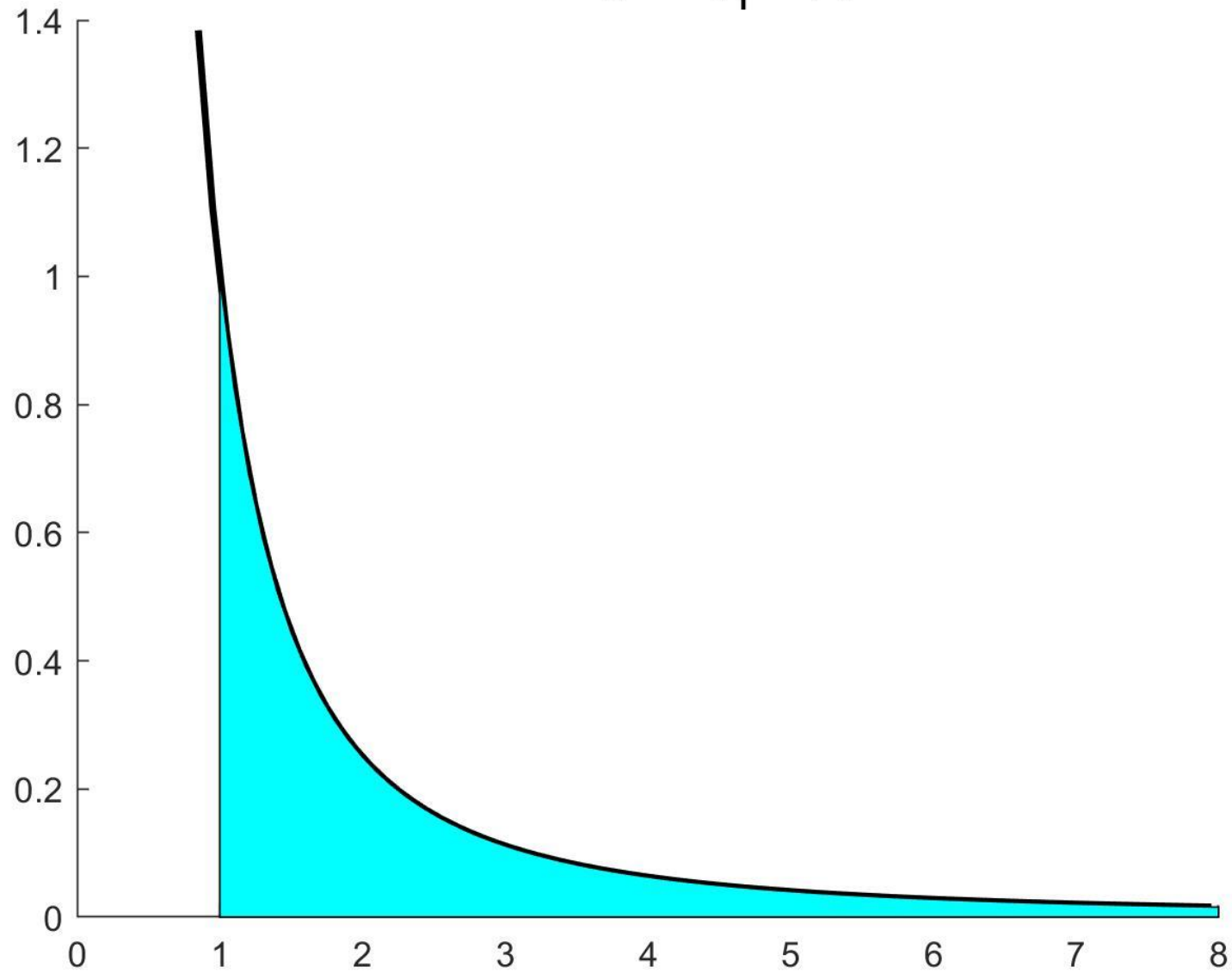
$$\sum_{n=p+1}^{+\infty} f(n) \leq \int_p^{+\infty} f(x)dx \leq \sum_{n=p}^{+\infty} f(n)$$

Osservazione: La prima maggiorazione è utile come maggiorazione del resto p-esimo per le serie numeriche a termini positivi, ossia: $R_p = S - S_p = \sum_{n=p+1}^{+\infty} f(n) \leq \int_p^{+\infty} f(x)dx$

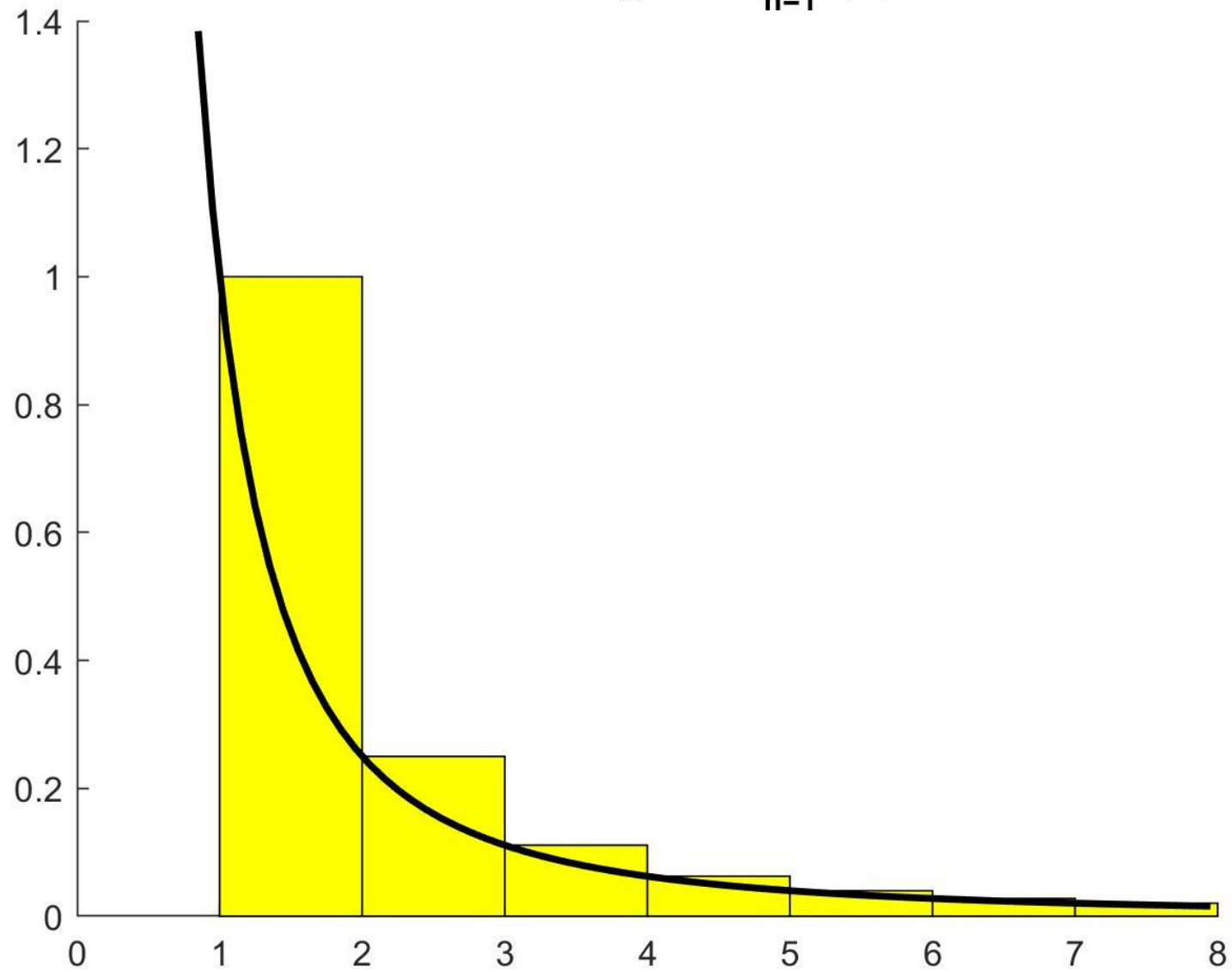
Criterio integrale $\sum_{n=2}^{+\infty} f(n)$



Criterio integrale $\int_1^{+\infty} f(x) dx$



Criterio integrale $\sum_{n=1}^{+\infty} f(n)$



I grafici precedenti illustrano le disuguaglianze per $p = 1$, con le aree dei grafici associate ai corrispondenti colori delle disuguaglianze seguenti

$$\sum_{n=2}^{+\infty} f(n) \leq \int_1^{+\infty} f(x) dx \leq \sum_{n=1}^{+\infty} f(n)$$