

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1 [17 punti].

- a) Calcolare il valore dell'integrale definito: [4 punti]

$$\int_2^3 \frac{x+3}{x^2-2x+1} dx.$$

- b) Determinare e disegnare l'insieme di definizione della seguente funzione [5 punti]

$$f(x, y) = \ln\left(\frac{y+x^2+1}{x}\right) + |xy| \exp(\sqrt{9-x^2-y^2}).$$

- c) Calcolare, se esiste, [3 punti]

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(-x^3y)}{(x^2+y^2)^2}.$$

- d) Sia data la funzione [5 punti]

$$f(x, y) = x \ln(1+x^2+y^2) - \arctan \sqrt{x^2+y^2}.$$

Determinare le derivate parziali prime, e successivamente dire se la funzione è differenziabile in un intorno del punto $(x_0, y_0) = (1, 1)$.

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2 [15 punti].

a) Si studi il carattere delle seguenti serie numeriche:

a1) [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\exp\left(\frac{1}{n^3}\right) - 1 \right) (n+1)^2.$$

a2) [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{n!} (n-1)^3.$$

b) Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = x e^{-y(x)} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

b1) Senza risolvere l'equazione, provare esistenza ed unicità della soluzione in un intorno del punto $x_0 = 0$. [1 punti]

b2) Senza risolvere l'equazione, determinare il polinomio di Taylor della soluzione, di grado 2 e centro $x_0 = 0$. [3 punti]

b3) Determinare la soluzione del problema specificandone l'insieme di definizione. [5 punti]