

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1 [17 punti].

- a) Calcolare il valore dell'integrale definito: [4 punti]

$$\int_{\sqrt{7}}^{\sqrt{11}} 2x^3 \sqrt{x^2 - 7} \, dx .$$

- b) Si consideri la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x} \int_0^x g(t) \, dt$$

essendo

$$g(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

Determinare il dominio di f e calcolare, se esistono, i limiti di f agli estremi del dominio (può essere utile il metodo di De L'Hopital). [6 punti]

- c) Determinare e disegnare l'insieme di definizione della seguente funzione [4 punti]

$$f(x, y) = \ln \frac{9-x^2-y^2}{x^4-y-1} + 5y^3 \sin(\sqrt{|x|y}) .$$

- d) Calcolare, se esiste, [3 punti]

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\exp(xy^3) - 1}{(x^2 + y^2)^2} .$$

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2 [15 punti].

a) Si studi il carattere delle seguenti serie numeriche:

a1) [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{(n-1)^3} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right).$$

a2) [4 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^3}{2^n} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right).$$

b) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale [5 punti]

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0.$$

c) Verificare, SENZA risolvere l'equazione, se la funzione [3 punti]

$$y(t) = \cos 3t$$

è soluzione di

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 18 \sin 3t + 26 \cos 3t.$$