

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1 [15 punti].

- a) Determinare e disegnare l'insieme di definizione della seguente funzione [5 punti]

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{y-x^2+3}{y}} \ln(x^2 + y^2 - 25) .$$

- b) Calcolare, se esiste, [3 punti]

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2|y|}{e^{x^2+y^2} - 1} .$$

- c) Sia data la funzione [7 punti]

$$f(x, y) = x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2 .$$

Dopo aver determinare l'insieme di definizione, l'insieme in cui la funzione è continua e l'insieme in cui la funzione è differenziabile, classificare gli eventuali punti stazionari.

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2 [17 punti].

- a) Si stermini il carattere della seguente serie numerica [5 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n+1} (1 - \cos(1/n)).$$

- b) Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(t) = \frac{y^2(t) + y(t)}{t} \\ y(1) = 2 \end{cases}$$

- b1) Provare esistenza ed unicità della soluzione in un intorno del punto $t_0 = 1$. [1 punto]
b2) Scrivere un'espressione esplicita della soluzione specificandone l'intervallo di definizione. [8 punti]
b3) Calcolare, se esiste, il seguente limite: [3 punti]

$$\lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{y(t) - 2}{t - 1}.$$