

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1 [17 punti].

- a) Calcolare il valore dell'integrale definito: [4 punti]

$$\int_0^1 x \arctan(x) dx .$$

- b) Determinare e disegnare l'insieme di definizione della seguente funzione [5 punti]

$$f(x, y) = e^{3x^2 + \sin(xy)} \ln \frac{|x|y}{2x^2 + y + 1} - x^3 y^3 \sqrt[4]{9 - x^2 - y^2} .$$

- c) Calcolare, se esiste, [3 punti]

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\ln(1 + x^3 y^2)}{5(x^2 + y^2)^2} + 2 .$$

- d) Sia data la funzione [5 punti]

$$f(x, y) = 4x^3 + 12xy + 6y^2 .$$

Determinare e classificare gli eventuali punti stazionari.

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2 [15 punti].

a)

a1) Si studi il carattere della seguente serie numerica: [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(\exp\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) - 1 \right) \tan \left(\frac{5}{(n+1)^2} \right).$$

a2) Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie: [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}).$$

b) Si consideri la seguente equazione differenziale:

$$y''(x) + 2 y'(x) + k y(x) = 0$$

b1) Per quale valore del parametro reale k la funzione $f(x) = e^{-x} \sin x$ è una soluzione dell'equazione data? [4 punti]

b2) Sia $k = -3$.
Determinare le soluzioni dell'equazione data che siano infinitesime per $x \rightarrow 0$. [5 punti]