

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 1 [17 punti].

- a) Calcolare il valore dell'integrale definito: [4 punti]

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\exp(\tan x) - 1}{\cos^2 x} dx .$$

- b) Determinare e disegnare l'insieme di definizione della seguente funzione [5 punti]

$$f(x, y) = \sqrt{\frac{xy-1}{x^2+y^2-16}} \cos(x^2 y) + |x - y| \ln(x^2 - y + 1) .$$

- c) Calcolare, se esiste, [3 punti]

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\exp(-xy^2) - 1}{5x^3 + y^4} .$$

- d) Sia data la funzione [5 punti]

$$f(x, y) = x^2 + xy - y^3 .$$

Determinare e classificare gli eventuali punti stazionari.

COGNOME E NOME.....

Matricola:

CORSO DI STUDI..... DOCENTE.....

Ogni affermazione va adeguatamente motivata.

Esercizio 2 [15 punti].

a) Si studi il carattere delle seguenti serie numeriche:

a1) [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln(\frac{1}{n^2}+1)}{1-\cos(\frac{1}{n})}.$$

a2) [3 punti]

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^2 5^n}{(2n)!}.$$

b) Si consideri il seguente problema differenziale:

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x)e^x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

b1) Senza risolvere l'equazione, determinare il polinomio di Taylor della soluzione, di ordine 2 e centro $x_0 = 0$. [4 punti]

b2) Determinare la soluzione del problema specificandone l'insieme di definizione. [5 punti]